TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS ALUNOS DO I. S. T.

N.º 293 - JUNHO - 1959

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 028824 5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 28201/2/3

Desde o
Distrito de **VIANA DO CASTELO**
ao de **LEIRIA** e nos Distritos
de **SETÚBAL** e **ÉVORA** as

FÁBRICAS
CIDADES
VILAS e
ALDEIAS portuguesas

são abastecidas de

ELECTRICIDADE

para

FORÇA MOTRIZ E TODOS OS USOS INDUSTRIAIS, LUZ, ETC., a TARIFAS MUITO VANTAJOSAS e com as maiores facilidades,

pela

UNIÃO ELECTRICA PORTUGUESA

e produzidas nas CENTRAIS:

Thérmica do FREIXO	22.000 CV
Hidráulica do LINDOSO.....	100.000 CV
Thérmica da CACHOFARRA...	14.000 CV

Os Escritórios da UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA são:

NO PORTO Rua Duque de Loulé, 148
EM LISBOA Rua Rosa Araújo, 35

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXIV - N.º 293 Junho de 1959

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

DIRECTOR
JOSÉ J. DELGADO DOMINGOS

ADMINISTRADOR
ALEXANDRE CERVEIRA

SECRETARIO
JORGE GONÇALVES CALADO

REDACTORES
ALBERTO ANTÓNIO JUSTINIANO
JOSÉ MANUEL TEIXEIRA DOS SANTOS
JOSÉ FERNANDO PINHARANDA
JOSÉ LUÍS CÂNCIO MARTINS
VÍTOR GRAVETO

NUMERO AVULSO 12$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	32$50	50$00	95$00
Ultramar Português e Espanha	—	55$00	100$00
Estrangeiro	—	60$00	110$00

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Guindaste portuário eléctrico para a carga de 5 t, 16 m de alcance, completamente projectado e executado no nosso país pela MAGUE, (CONSTRUÇÕES METALO MECANICAS MAGUE, S. A. R. L.). Aspecto de um dos 4 guindastes em funcionamento no Porto do Lobito.

Págs.

A investigação operacional e o dimensionamento das estruturas
Por J. Ferry Borges 543

Difracção por um semi-plano perfeitamente condutor
Pelo Eng.º Pedro M. J. Corrêa de Sampaio 551

A estação exterior do sistema principal de extracção das Minas da Panasqueira
Pelo Eng.º Fernando de Mello Mendes 571

Estudo de solos e pavimentos para a construção de pistas de aviação
Pelo Eng.º Rodrigo M. C. Teixeira d'Almeida 585

Radioactivity applied analytical chemistry
Pelo Dr. Hans Götte 593

Biblioteca 607

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A — Pág.

António Pacheco Agostinho XXXV
A. Gestener XLI
Anhydro XXIII
Atlantic — Fábrica Lusitana de Tintas e Vernizes, Limitada XXXVI

C

Cekop XXX
Centrozap XXV
Ceresite XLI
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . XIII
Companhia Cimento «Tejo» XI
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos XIV
Companhia Portuguesa dos Petróleos BP XXXII
Companhia União Fabril. XVIII
Construções Técnicas, Ltd.ª X
C. Santos, Ltd.ª . . . . . VI e XXXIII

E

Edmond Dardel II
Electro-Arco, Ltd.ª XXXVII
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XIX
Empresa Electro Cerâmica XIII
Empresa de Fundações Capblanch, Lda. XXVI
Empresa Nacional de Aparelhagem Eléctrica XXIV
Empresa de Produtos Asfálticos. . . VII
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XII
Eng.º Augusto Cavaco XXXVII

F

Fábrica Portugal XLII
Facto, Lda. XXVIII
Fanafel XXXV

H

Harker Sumner & C.ª, Ltd. XXXVII
Henriques & Castro, Ltd.ª X

J — Pág.

Jayme da Costa, Lda XXVII

K

Krupp XXXIV

L

Leacock (Lisboa), Ltd.ª XV

M

MAN XXII
Máquinas de Precisão, Ltd.ª XXXIX
Metalexport XXXI
Monteiro Gomes, Ltd.ª . . . . VIII e XL

P

Papelaria Fernandes . . 2.ª da capa e XXIX
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III

S

Sabal, Ltd. XXXVII
S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XVII
SMEIA IV
Sociedade Comercial de Isolamentos de Cortiça, Lda. XXVI
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Sociedade Fabril de Matérias Plásticas XX
Sociedade Industrial Metalúrgica . XLI
Sociedade Michaelis de Vasconcellos XVI
Sociedade Portuguesa Cavan XXXVIII
Socotel V
Somec XI
Sondagens Ródio, Ltd.ª XXXVIII
Standard Eléctrica IX

U

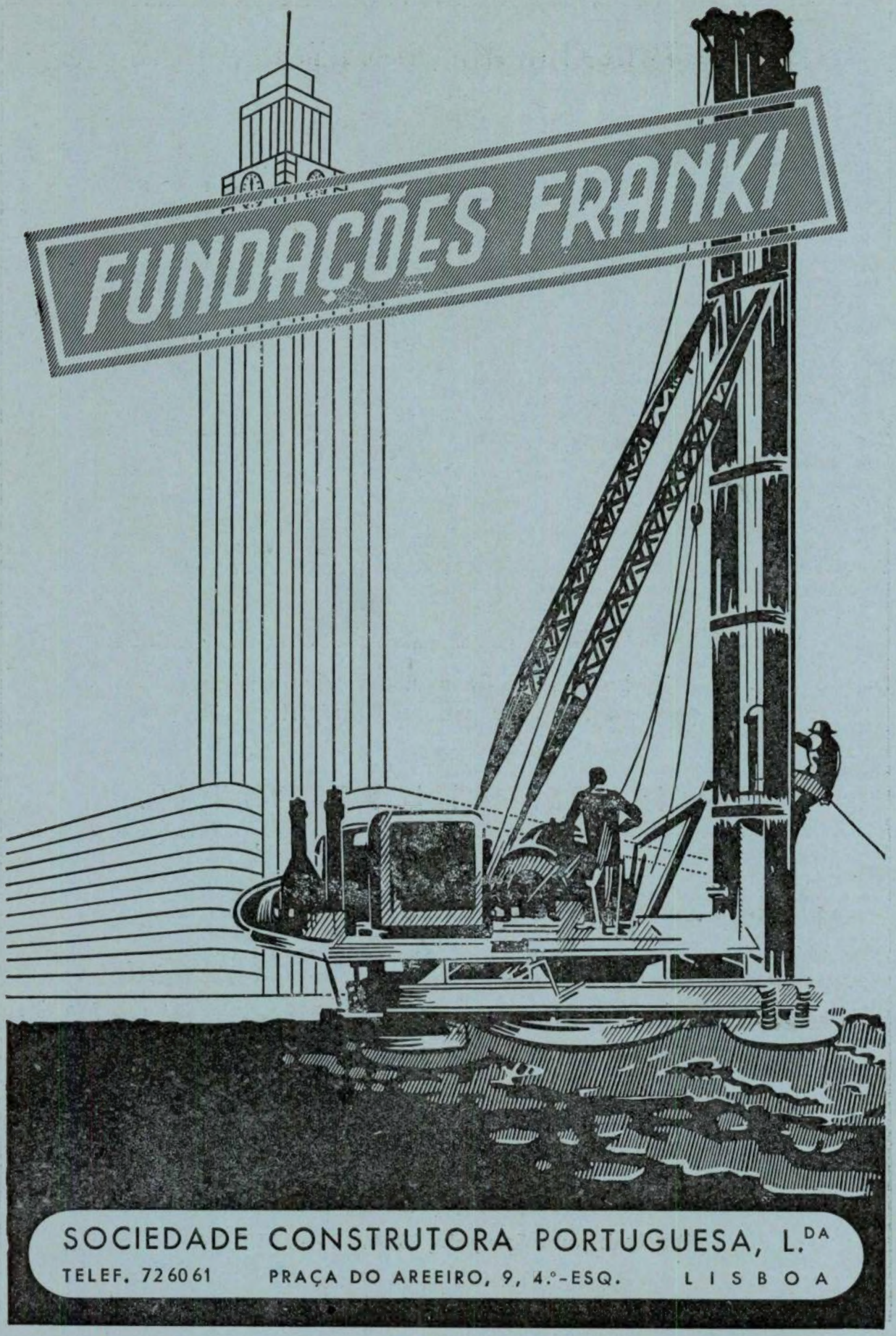
União Eléctrica Portuguesa . . . . . 2.ª da capa

V

Vitrofib XXVI

W

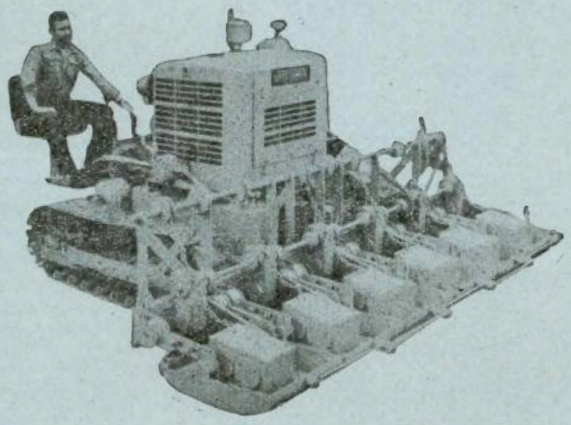
Wild Portugal, Lda. XXI


FUNDAÇÕES FRANKI
SOCIEDADE CONSTRUTORA PORTUGUESA, L.DA
TELEF. 726061
PRAÇA DO AREEIRO, 9, 4.º-ESQ.
LISBOA

CONSTRUCTION MACHINERY COMPANY

Betoneiras C. M. C. montadas sobre camions, para construção de estradas, aeroportos, etc.

THE INTERNATIONAL VIBRATION CO.



VIBRO-TAMPER

Compactador de sapatas vibratórias. Máxima compactação num mínimo de tempo

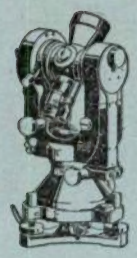
Agente exclusivo:

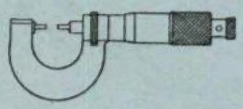
Edmond Dardel

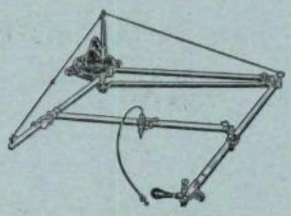
Rua Rodrigues Sampaio, 19-4.º B — LISBOA

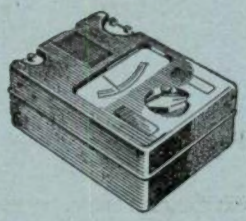
Telefone 42289

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA









GRANDE SORTIDO DE INSTRUMENTOS DE PRECISÃO, CIENTÍFICOS E INDUSTRIAIS

PARA

ENGENHEIROS
ARQUITECTOS
CONSTRUTORES
TOPÓGRAFOS
DESENHADORES
LABORATÓRIOS
ESCOLAS
OFICINAS

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75
LISBOA
TELEF.: 24314 • TELEG.: TECNA

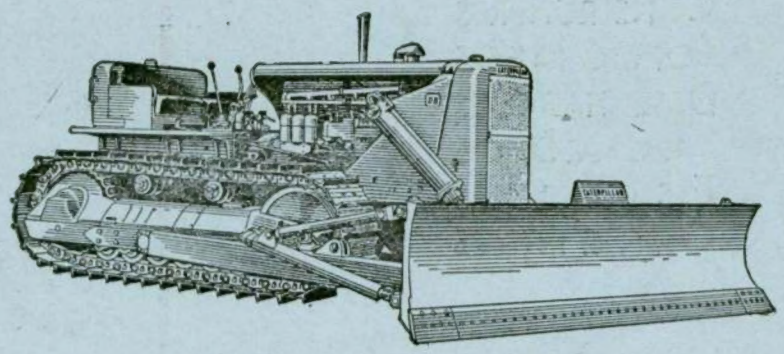
Caterpillar

Caterpillar e Cat são marcas registadas da Caterpillar Tractor C.º dos E.U.A.

Tractores de rasto contínuo, com motor Diesel, desde 50 a 260 H. P. à barra de tracção

Equipamento industrial para a maioria dos trabalhos de movimentação de terras

Os tractores que merecem a preferência dos maiores empreiteiros portugueses



Tractor Caterpillar* D8, equipado com lâmina de angledozer 8 A

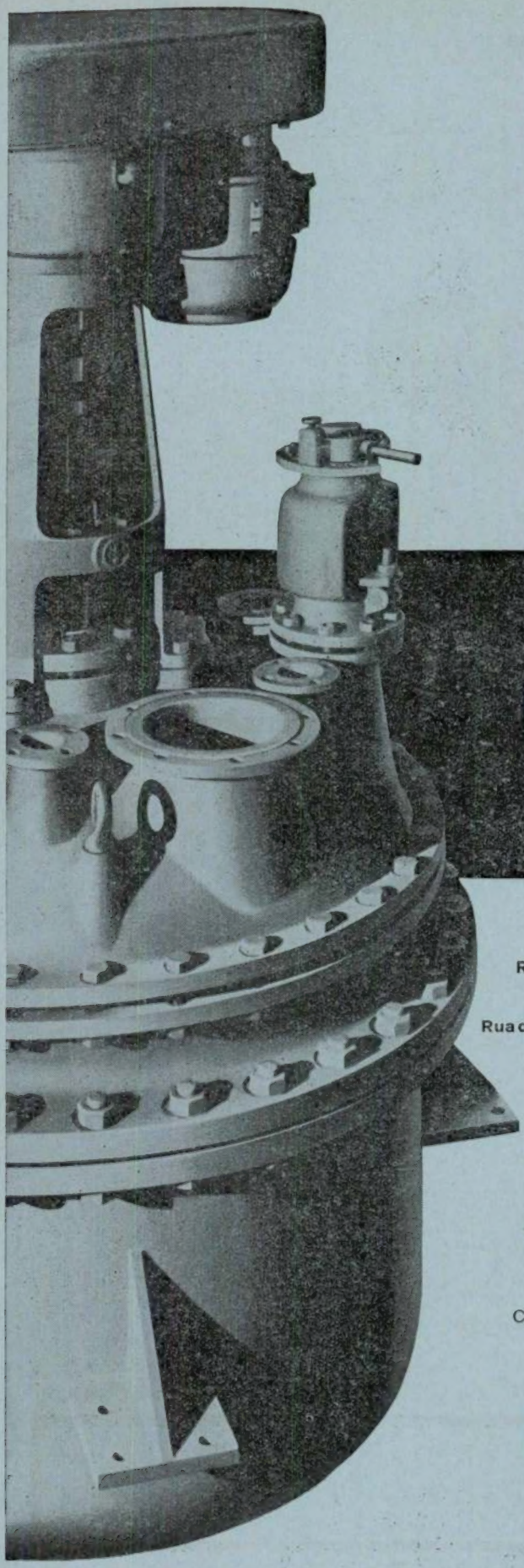
Peça informações e uma demonstração ao agente exclusivo

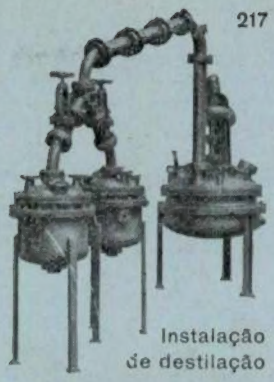
SMEIA

SOCIEDADE DE MECANIZAÇÃO INDUSTRIAL E AGRÍCOLA

S. A. R. L.

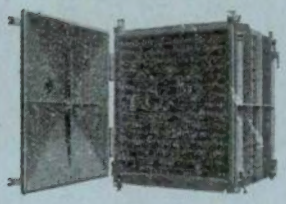
Avenida P. Manuel da Nóbrega, 8-B ✦ Telef. 72 40 53-4-5 ✦ LISBOA



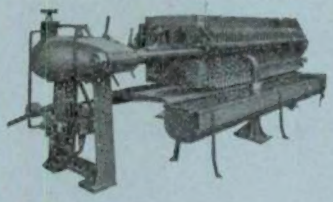


Instalação de destilação

Comandos de agitadores



Estufa de vazio



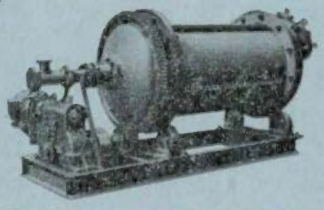
Filtro-prensa de chassis

De Roll

Máquinas para as indústrias de produtos químicos, alimentares e cerâmicos

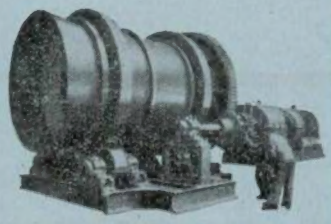
Representantes em Portugal:
Socotel, Lda.
Rua de Sá da Bandeira, 651-4º. Esq.
Porto - Telef. 27013

Bomba de diafragma



Cilindro misturador esmaltado

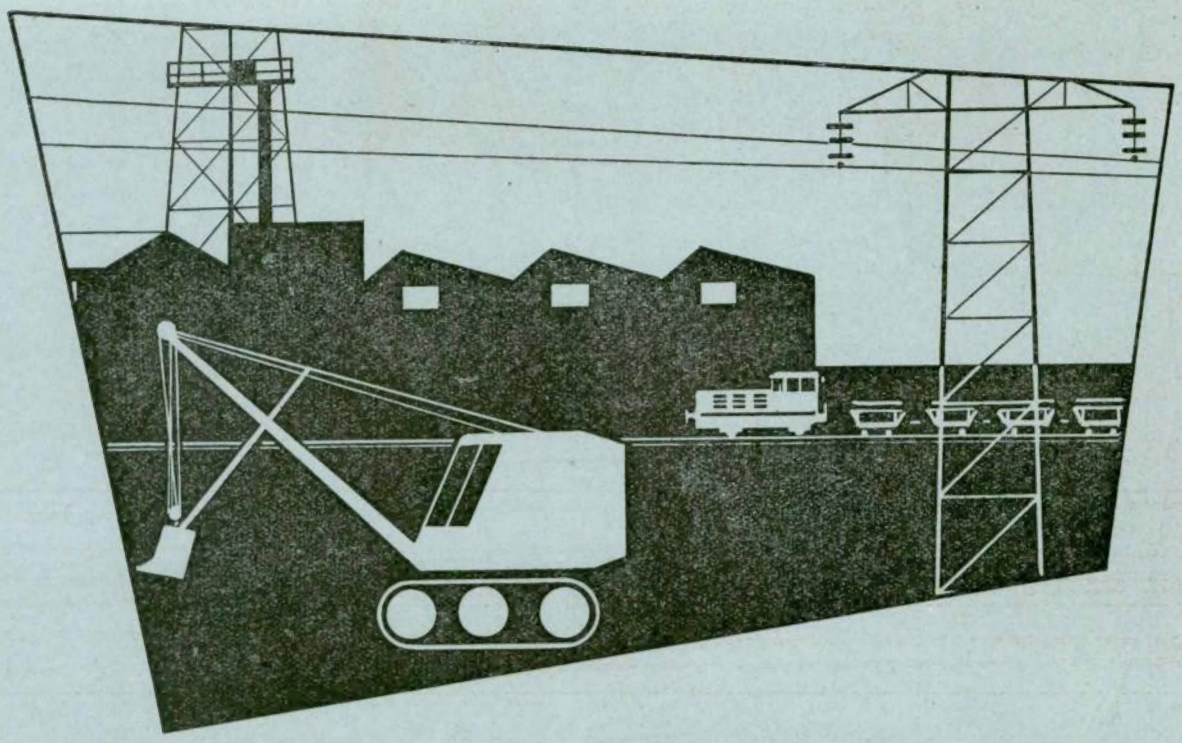
Crivo vibratório duplo com 400 mm de ∅



Cilindro misturador

Válvula de diafragma em borracha

Société des Usines de Louis de Roll S.A. Fábricas de Klus, Klus (Suíça)



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS - ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º ✦ TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

IMPERMEABILISADOR

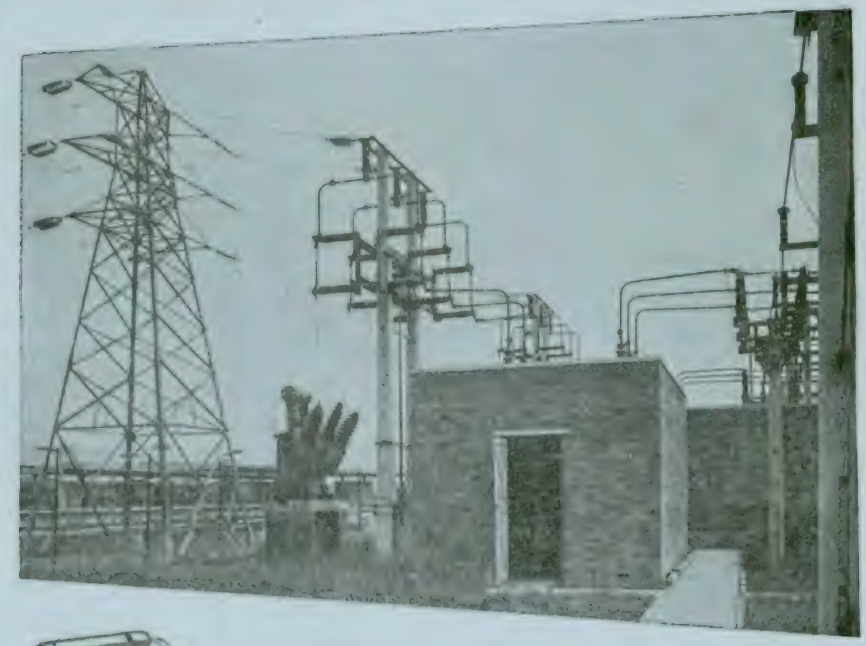
IMEPA

RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º-LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

Electrificação de caminhos de ferro

Desde a subestação...



...à locomotiva

'ENGLISH ELECTRIC'

THE ENGLISH ELECTRIC COMPANY LIMITED, QUEENS HOUSE, KINGSWAY, LONDON, W. C. 2

AGENTES EXCLUSIVOS PARA PORTUGAL E ANGOLA:

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

Rua Cascais, 47 — LISBOA

Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

CEMPEXO

tinta hidrófuga e petrificante à base de cimento

A tinta que dura

Pintura ideal para paredes de prédios e outras estruturas.

Cores atraentes, fixas e duradouras.

Usa-se sôbre rebocos, tijolos, betão,

fibrocemento, pedra natural, etc.

DANSK CEMENT CENTRAL

DISTRIBUIDORES EM PORTUGAL

HENRIQUES & CASTRO, *Lda.*

AVENIDA CONDE DE VALBOM, 96 LISBOA

TELEF. 77 50 57 - 77 50 58

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, L.DA

PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13, 3.º

LISBOA

Telefs. 2 2344 / 2 7809

Máquina "BENOTO" executando estacas de 1 m de diâmetro e 60 m de comprimento, nas fundações do viaduto de Sacavém, na auto-estrada do Vale do Tejo

Fundações

Construções Civis e Industriais

Betão Armado e Betão Pré-esforçado

Obras Públicas

Concessionária do sistema de moldes deslizantes «PROMETO» e do sistema para execução de estacas de grande diâmetro «BENOTO»

Sociedade Metropolitana e Colonial de Construções, L.da

SOMEC

R. Andrade Corvo, 29, 1.º — Lisboa Telefone 59169/70

Sondagens
Fundações
Betão armado
Trabalhos marítimos
Túneis

no Continente e Ultramar

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

Fábrica com quatro linhas de fabrico

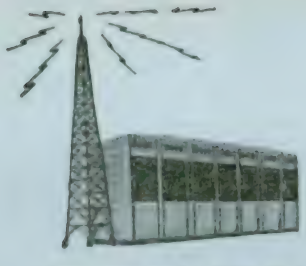
sendo uma delas das mais modernas da Europa

Para obras hidráulicas e de responsabilidade preferir o

CIMENTO TEJO

Companhia «Cimento Tejo»

Rua da Vitória, 88-2.º — Telef. 28953 — LISBOA

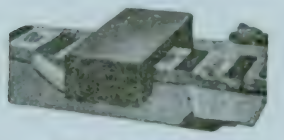


Emissores de AM TV e FM

Comunicações Móveis

Radares de Bordo

Sistemas de Amplificação de Som



Detectores de Metais

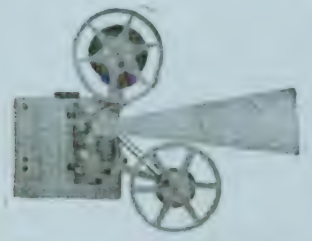
Equipamentos para a Marinha

Inspecções Automáticas para Bebidas

Comunicações Radiotelefónicas

Equipamento de Televisão

Comunicações por Microondas



Equip. para Cinema, 16 e 35 mm

Em electrónica, a RCA garante o máximo de rendimento e a mais moderna concepção

O equipamento electrónico RCA deu em todo o mundo as suas provas de eficácia de segurança de funcionamento e de economia de exploração. Os produtos da RCA abrangem todo o ramo da electrónica.

EMISSORES DE RÁDIO

Equipamento para estúdios, emissão e antenas.

EMISSORES DE TELEVISÃO

Sistemas a cores e preto e branco para estúdios, emissão, antenas e relés.

TELEVISÃO EM CIRCUITO FECHADO

Sistemas a cores e preto e branco para fins educacionais, indústria, comércio e medicina.

EQUIPAMENTO DE MEDIDA

Para reparação, emissão e laboratório.

COMUNICAÇÕES

Em alta frequência, entre pontos fixos, por micro-ondas e móveis. Emissores, receptores e acessórios.

SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES

Planeamento e montagem, desde o simples intercomunicador ao complexo feixe hertziano, de múltiplos canais completamente automatizado.

LÂMPADAS DE RÁDIO E TRANSISTORES

Lâmpadas de recepção, industriais e de potência. Cinescópios e transistores.

MARINHA

Equipamentos de radar, comunicações e navegação.

SOM

Sistemas de som e acessórios.

CINEMA

Equipamento de captação de som e gravação.

Projectores de 35 e 16 mm (som óptico e magnético).

AVIAÇÃO

Radares de bordo e ajudas à navegação.

CIÊNCIA E INDÚSTRIA

Detectores de partículas metálicas, verificadores de bebidas, microscópios electrónicos, aparelhos electrónicos de treino e «Bizmac» (calculador comercial electrónico).

APARELHAGEM ELECTRO DOMÉSTICA

Fonógrafos de alta fidelidade, receptores de rádio e televisão, gravadores em fita magnética, discos, frigoríficos e condicionadores de ar.

Gostaríamos de fornecer informações detalhadas relativas às aplicações, produtos e serviços. Para conseguir documentação ou ajuda pessoal dirija-se ao distribuidor em Portugal.

AGÊNCIA GERAL

EMPRESA TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS, S. A. R. L.

CAPITAL ESC. 8.000.000$00

Sede: Rua Rodrigo da Fonseca, 103 — LISBOA — Apartado 2531
Tel. PPC (3 linhas) 686072 e Est. 396 - End. Teleg. "Telectra" Lisboa-Porto
Filial no Porto: Rua dos Clérigos, 64 - 2.º — Telefone 2 48 19

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 2 0464 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

EMPRESA ELECTRO CERÂMICA — S. A. R. L.

Candal — Gaia

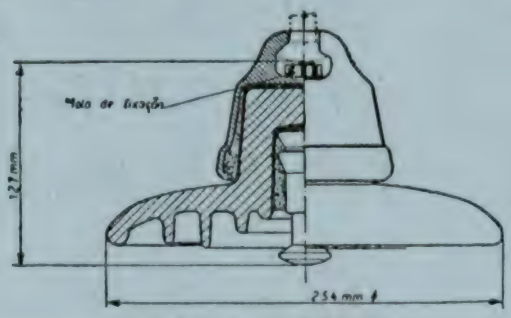
ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

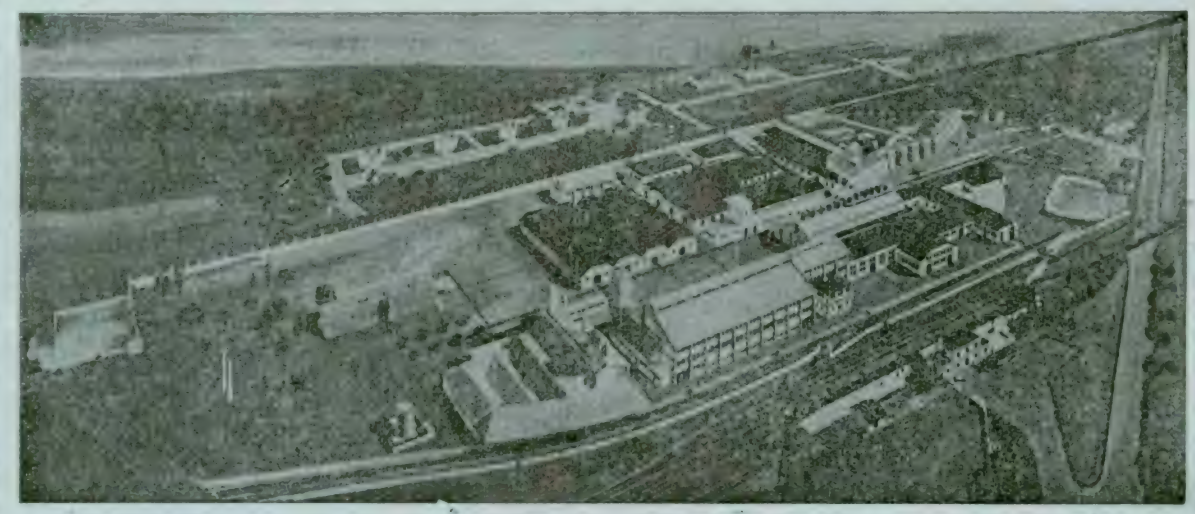
Peso aproximado: 4,5 kg cada elemento



Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Sede — Largo Barão de Quintela, 3 — LISBOA



COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

PRODUTORA DE

FERRO GUSA

FERRO LIGAS

FERRO-MANGANÊS

SÍLICO-MANGANÊS

FERRO-SILÍCIOS

15 % - 25 % - 45 % - 75 % - 90 %

CARBONETO DE CÁLCIO

CIANAMIDA CÁLCICA

PASTA PARA ELÉCTRODOS

E EM MONTAGEM

GRAFITE

FÁBRICAS
CANAS DE SENHORIM
Telefone 67222

SEDE
Largo de S. Carlos, 4-2.º — LISBOA
Telefones 25343-29608-368989

LEACOCK (LISBOA). L.DA

AV. 24 DE JULHO, 16 — LISBOA

R. JOSÉ FALCÃO, 185 — PORTO

SECÇÃO DE MÁQUINAS E ELECTRICIDADE

REPRESENTANTES DE:

THE RAWLPLUG COMPANY, LTD.

Material de fixação para construção civil e mecânica.

HOOVER, LTD.

Motores eléctricos desde 1/8 até 3/4 H. P., Monofásicos e Trifásicos.

J. A. CRABTREE & CO. LTD.

Material para instalações de luz: interruptores, fichas, tomadas, etc.

Material para instalações de força: arrancadores, disjuntores, caixas, etc.

THE AUTOMATIC COIL WINDER AND ELECTRICAL EQUIPMENT CO, LTD.

Osciladores, capacímetros, texts universais, texts electrónicos, analisadores de válvulas, luxímetros, expositores para fotografias.

Máquinas para bobinar e enfitar.

GEORGE KENT

Contadores de água, de vapor e de óleo.

Tubos Venturi

Determinadores e controladores do pH, do CO_2 e pirómetros pelo processo potenciométrico.

Combustiómetros, manómetros, registadores de distâncias, medidores-registadores de caudais, medidores de orifícios em condutas para gases.

THORN ELECTRICAL INDUSTRIES, LTD.

Luz fluorescente.

Geradores
Transformadores
Disjuntores para alta tensão
Tracção eléctrica
Turbinas a vapor
Soprantes radiais e compressores radiais
Electrolisadores
Rectificadores

Ateliers de Construction Oerlikon
Zurich 50 (Suíça)

Representante para Portugal e Ultramar:

Sociedade Michaëlis de Vasconcellos, L.da

PORTO
Praça da Liberdade, 114
(Edifício de "A Nacional")
LISBOA
Av. Marquês de Tomar, 94

TÉCNICA

DIRECTOR: JOSÉ J. DELGADO DOMINGOS
ADMINISTRADOR: ALEXANDRE CERVEIRA
SECRETÁRIO: JORGE GONÇALVES CALADO

Ano XXXIV - N.º 293 Junho de 1959

C. D. U. 624.04 : 519.28
519.28

A INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL E O DIMENSIONAMENTO DAS ESTRUTURAS

POR J. FERRY BORGES
Engenheiro investigador
Chefe da Secção de Estruturas do
Laboratório Nacional de Engenharia Civil

1 — INTRODUÇÃO

Os estudos relativos à segurança das construções sofreram notável progresso por efeito da introdução de conceitos estatísticos. A adopção de tais conceitos, se não permitiu desde logo a completa objectivação do problema, por falta de elementos concretos de análise, permitiu no entanto melhorar a sua formulação teórica e orientou as investigações indispensáveis para que tal objectivação venha a ser possível.

A recente criação da investigação operacional, criando esquemas úteis para fenómenos não anteriormente teorizados, veio fornecer as bases indispensáveis para um novo progresso no estudo da segurança e, dum modo mais geral, do dimensionamento das construções.

Graças às ideias iniciais de Von Newmann e e Morgenstern (1), ràpidamente se vem desenvolvendo um conjunto de teorias que, principalmente estabelecidas para fornecerem a contrapartida de comportamentos económicos, terão sem dúvida aplicação em muitos outros ramos da actividade humana.

Referem-se dois dos ramos mais importantes da investigação operacional: a teoria dos jogos de estratégia (2) e a programação linear (3) e chama-se a atenção para o seu interesse na resolução de problemas de dimensionamento das construções.

A aplicação da investigação operacional, e em particular da teoria dos jogos de estratégia, na resolução dos problemas referidos, foi inicialmente apresentada num trabalho anterior (4). Neste trabalho, chama-se principalmente a atenção para as possibilidades da aplicação da programação linear.

2 — FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DAS ESTRUTURAS

O problema do dimensionamento das estruturas pode em geral ser formulado em termos de escolha de uma solução de entre várias possíveis. Evidentemente que tal escolha terá de ser efectuada de acordo com critérios ou regras de decisão. É em face de tais critérios que a conveniência da escolha tem de ser julgada.

Interessa discutir qual a base para o estabelecimento destes critérios. Vista a questão ainda com toda a generalidade, tais critérios podem ter base política ou social. No entanto, correntemente, podem ser simplesmente expressos em termos económicos. A solução mais conveniente será, assim, aquela que conduzir a maior utilidade ou a menores custos.

Não interessa explanar agora quais os critérios de julgamento da utilidade, ou custos, nem o modo de estabelecimento dos critérios de decisão, quando as grandezas intervenientes têm carácter certo, aleatório ou estratégico. Este

assunto foi também abordado em trabalhos anteriores (4 e 5).

Interessa sòmente chamar a atenção para o facto do problema se pôr, em geral, como um problema de procura de máximos ou de mínimos, isto é, de óptimos.

No caso dos resultados dependerem não só das nossas escolhas mas também das escolhas de outros, a procura das soluções óptimas terá de fazer-se de acordo com as regras da teoria dos jogos de estratégia. Na falta de informação que permita decidir de acordo com regras mais favoráveis haverá que utilizar, por exemplo, o critério minimax.

Muitos problemas, porém, podem ser formulados directamente em termos analíticos definindo o custo a minimizar como uma função das variáveis correspondentes sòmente às nossas possíveis escolhas. Em tais casos o problema é de pesquisa das condições de estacionaridade de tal função, problema de há muito abordado pela análise clássica.

Note-se que o problema pode ser expresso da forma anterior mesmo tendo em consideração o carácter aleatório dos fenómenos que nos interessam, e que, em tal caso, a noção tradicional de custo terá de ser substituída pela noção do custo generalizado. No cômputo do custo generalizado entra, não só o custo inicial, como o valor esperado dos custos ligados às diferentes probabilidades de ruína.

Sucede, porém, em geral, que o problema não fica completamente formulado pela condição de custo mínimo. A essa condição têm de ser associadas outras que limitam o domínio das soluções convenientes.

Estas outras condições, que exprimem vínculos de vária ordem a que as variáveis têm de ficar sujeitas, fazem com que os óptimos não sejam em geral atingidos em pontos de estacionaridade mas sim nos pontos da fronteira do domínio definido pelas condições adicionais. Em tais casos a análise clássica não fornece, em geral, soluções úteis.

Se a grandeza que se procura tornar óptima puder ser expressa como uma função linear dum conjunto finito de variáveis reais e se as condições adicionais forem expressas por um sistema linear de equações ou inequações das mesmas variáveis, o problema é de programação linear.

Surgem assim, como potencialmente úteis na resolução de problemas de dimensionamento de estruturas, dois dos grandes ramos de investigação operacional: a teoria dos jogos de estratégia e a programação linear.

No trabalho já referido (4) houve ocasião de chamar a atenção para o interesse da teoria dos jogos de estratégia e exemplificar o seu emprego na resolução dum problema concreto de dimensionamento: a escolha entre dois tipos de estruturas para a construção de habitações numa região sísmica.

Mostra-se em seguida como a programação linear pode ser utilizada na resolução de problemas gerais de dimensionamento e exemplifica-se o seu emprego na escolha dos tipos de obra a utilizar para o atravessamento dum vale por uma obra rodoviária.

3 — A PROGRAMAÇÃO LINEAR NO ESTUDO DE PROBLEMAS GERAIS DE DIMENSIONAMENTO

Como se disse, ao efectuar a escolha da solução mais conveniente para uma construção, a grandeza que se procura minimizar é, em geral, o seu custo, definido da forma tradicional ou como um custo generalizado.

Para que um problema deste tipo possa ser tratado como um problema de programação linear, é necessário que o custo se possa exprimir linearmente em função dum conjunto de variáveis que definam as características da construção.

Tais variáveis poderão definir características geométricas (comprimentos, superfícies ou volumes), propriedades de materiais, prazos de execução, etc.

As restantes condições têm de ligar, também linearmente, essas e possìvelmente outras variáveis e podem ser expressas por desigualdades ou igualdades.

Tais condições adicionais resultarão em geral de considerações relativas à geometria global da obra (comprimento, superfície ou volume totais), geometria de algumas partes (vazão, vãos, etc.), prazos de execução, disponibilidades de diferentes tipos de materiais, de equipamentos e de mão de obra. Pode ainda tomar-se em consideração a existência de prémios, multas ou outros condicionamentos especiais. Como se disse, estas últimas condições têm também que ser expressas

linearmente, por igualdades ou desigualdades, para que o problema possa ser tratado pela programação linear.

Exemplifica-se a aplicação no caso duma obra rodoviária de atravessamento dum vale.

Considera-se um vale para o atravessamento do qual podem ser utilizadas obras dos seguintes tipos: aterro, pontes de betão armado (tipos A e B) e ponte metálica. Designe-se por x_1 x_2, x_3, e x_4 respectivamente o comprimento de cada um dos tipos de obra, e seja $K_1 = 25$, $K_2 = 30$, $K_3 = 32$ e $K_4 = 50$ os seus custos por metro, em contos, independentemente da localização no vale.

O custo total, que se pretende tornar mínimo será pois

$$C = \Sigma\ K_i\ x_i = 25\ x_1 + 30\ x_2 + 32\ x_3 + 50\ x_4\ .$$

Admitem-se as seguintes condições complementares:

1) comprimento total da obra 1000 m ($x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000$)
2) existência de, pelo menos, um vão metálico de 100 m ($x_4 \geq 100$)
3) comprimento de vazão linear, dado pela expressão $0{,}8\ (x_2 + x_3) + x_4$, maior do que 500 m
4) prazo de execução inferior a 800 dias e com o prémio de 20 contos por dia. Os prazos de execução em dias/metro dos diferentes tipos de obras são: $K'_1 = 2$, $K'_2 = 1{,}2$, $K'_3 = 0{,}5$.

Considera-se que o prazo de execução da obra metálica não condiciona o prazo de execução total e que os restantes prazos de execução se combinam tendo que ser satisfeitas as inequações: $2{,}0\,x_1 + x_5 \leq 800$ e $1{,}2\ x_2 + 0{,}5\ x_3 + x_5 \leq 800$.

A variável x_5 indica o número de dias que a obra termina antes do prazo e atendendo à existência do prémio tem de ser introduzida no custo anteriormente indicado.

As disponibilidades dum certo tipo de equipamento, um bate-estacas por exemplo, e de pessoal com dada especialização conduzem ainda às duas condições complementares:

5) $0{,}5\ x_2 + x_3 + 0{,}4\ x_4 \leq 640$

6) $0{,}5\ x_1 + 2{,}0\ x_2 + 1{,}5\ x_3 + 0{,}5\ x_4 \leq 2050$.

O problema pode pois ser formulado matemàticamente do seguinte modo. Procurar o mínimo de

$$C = 25\ x_1 + 30\ x_2 + 32\ x_3 + 50\ x_4 - 20\ x_5$$

satisfazendo às condições

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000$$

$$x_4 \geq 100$$

$$0{,}8\ x_1 + 0{,}8\ x_3 + x_4 \geq 500$$

$$2{,}0\ x_1 + x_5 \leq 800$$

$$1{,}2\ x_2 + 0{,}5\ x_3 + x_5 \leq 800$$

$$0{,}5\ x_2 + x_3 + 0{,}4\ x_4 \leq 640$$

$$0{,}5\ x_1 + 2{,}0\ x_2 + 1{,}5\ x_3 + 0{,}5\ x_4 \leq 2050$$

Fazendo a mudança da variável $x_4 = x'_4 + 100$ e introduzindo variáveis auxiliares x_6 a x_{10} para transformar as desigualdades em equações, tem-se

$$C = 25\ x_1 + 30\ x_2 + 32\ x_3 + 50\ x'_4 - 20\ x_5 + 5000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x'_4 = 900$$

$$0{,}8\ x_2 + 0{,}8\ x_3 + x'_4 - x_6 = 400$$

$$2{,}0\ x_1 + x_5 + x_7 = 800$$

$$1{,}2\ x_2 + 0{,}5\ x_3 + x_5 + x_8 = 800$$

$$0{,}5\ x_2 + x_3 + 0{,}4\ x'_4 + x_9 = 600$$

$$0{,}5\ x_1 + 2{,}0\ x_2 + 1{,}5\ x_3 + 0{,}5\ x'_4 + x_{10} = 2000$$

O problema assim formulado pode ser fàcilmente resolvido pelo método «Simplex» (6). Para tal, visto existirem 10 incógnitas e 6 equações, 4 das incógnitas têm que ser tomadas como não básicas e igualadas a zero. Escolhem-se para não básicas x_3, x'_4, x_5 e x_6 o que corresponde a ter uma solução básica viável utilizando sòmente as soluções: aterro, ponte de betão armado do tipo A e ponte metálica com o comprimento mínimo. O facto de ser $x_5 = O$ significa que se não utilizam as vantagens resultantes do prémio.

A esta solução corresponde o custo $C = 30.000$ c. A análise da matriz I (ver anexo) mostra no entanto que o custo poderá ser diminuído se x_5 deixar de ser zero. As regras do «Simplex» indicam que se deve tomar como incógnitas não básicas x_3, x_4', x_6 e x_7. A análise da nova matriz (II) mostra que se deve ainda trocar as variáveis x_6 e x_8 passando esta última

para não básica. Obtém-se então a matriz III e o custo de 27.812 c. Finalmente, a análise desta matriz mostra que nova diminuição de custo se consegue passando para não básica a variável x_9 e para básica a variável x_3. Obtém-se então a matriz IV. O facto dos coeficientes das incógnitas não básicas serem todos negativos indica ter-se alcançado a solução óptima. O custo correspondente a esta solução é de 24.852 c e as diferentes variáveis tomam os valores:

$x_1 = 223 \quad x_2 = 154 \quad x_3 = 523 \quad x'_4 = 0 \quad x_5 = 354$

$x_6 = 142 \quad x_7 = 0 \quad x_8 = 0 \quad x_9 = 0 \quad x_{10} = 796$

A análise destes valores mostra que se conseguiu uma redução substancial de custo e prazo de execução em relação à solução básica viável inicial.

A solução óptima correspondente pois a utilizar 223 m de aterro, 154 m e 523 m, respectivamente, de pontes de betão armado dos tipos A e B e 100 m de ponte metálica. O prazo de execução fica reduzido a 446 dias e o custo, considerado o prémio, toma o valor de 24 852 contos.

O problema apresentado pretende exemplificar as vantagens que podem advir da utilização da programação linear na resolução de problemas de dimensionamento. Evidentemente que na prática as principais dificuldades consistem na obtenção de dados que permitam a definição concreta dos problemas. No entanto, o facto de se conhecer que as questões podem ser abordadas do modo indicado estimulará certamente a procura de tais dados e a formulação objectiva dos problemas.

* * *

Agradeço à licenciada em matemáticas, D. Maria Madalena Quirino a colaboração prestada na resolução do problema de programação linear apresentado.

BIBLIOGRAFIA

1 — Von Newmann and Morgenstern, O. — The theory of games and economic behaviour, Princeton University Press, Princeton, 1953.

2 — Mc. Kinsey, J. - Introduction to the theory of games, Mc Graw-Hill Book Co. Inc. New York, 1952.

2 - Churchman, C. W., Ackoff, R L. and Arnoff, E. L. — Introduction To Operations Research, John Wiley and Sons, Inc. New York, 1957.

4 — Ferry Borges — O dimensionamento de estruturas, Publ. n.º 54, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1954.

5 — Ferry Borges — Critical view of the methods for the probabilistic calculation of the safety, Rapport final du IV Congrès de l'Association International des Ponts et Charpentes, Cambridge et Londres, 1952.

6 — Wagner, H. M. — The Simplex Method for Beginners, Operations Research. Operations Research Society of America, Vol. 6, n.º 2, March, April 1958.

ANEXO

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA PELO MÉTODO «SIMPLEX»

Matriz Inicial

C	x_1	x_2	x_3	x'_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	t. ind.
1	— 25	— 30	— 32	— 50	20	0	0	0	0	0	5.000
0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	900
0	0	0,8	0,8	1	0	— 1	0	0	0	0	400
0	2	0	0	0	1	0	1	0	0	0	800
0	0	1,2	0,5	0	1	0	0	1	0	0	800
0	0	0,5	1	0,4	0	0	0	0	1	0	600
0	0,5	2,0	1,5	0,5	0	0	0	0	0	1	2.000

1.ª SOLUÇÃO — INCÓGNITAS NÃO BÁSICAS x_3, x'_4, x_5, $x_6 = 0$

Matriz I

C	x_1	x_2	x_3	x'_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	t. ind.
1	0	0	— 2	— 18,75	20	— 6,25	0	0	0	0	30.000
0	1	0	0	— 0,25	0	1,25	0	0	0	0	400
0	0	1	1	1,25	0	— 1,25	0	0	0	0	500
0	0	0	0	0,5	1	— 2,5	1	0	0	0	0
0	0	0	— 0,7	— 1,5	1	1,5	0	1	0	0	200
0	0	0	0,5	— 0,225	0	0,625	0	0	1	0	350
0	0	0	— 0,5	— 1,875	0	1,875	0	0	0	1	800

Solução básica viável	Coef. de x_5	Razão	
C = 30.000	20	1500	
x_1 = 400	0	—	
x_2 = 500	0	—	
x_3 = 0	1	0	min. → $x_7 = 0$
x_8 = 200	1	200	
x_9 = 350	0	—	
x_{10} = 800	0	—	

2.ª SOLUÇÃO — INCÓGNITAS NÃO BÁSICAS $x_3 = x'_4 = x_6 = x_7 = 0$

Matriz II

C	x_1	x_2	x_3	x'_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	t. ind
1	0	0	— 2	— 28,75	0	43,75	— 20	0	0	0	30.000
0	1	0	0	— 0,25	0	1,25	0	0	0	0	400
0	0	1	1	1,25	0	— 1,25	0	0	0	0	500
0	0	0	0	0,5	1	— 2,5	1	0	0	0	0
0	0	0	— 0,7	— 2,0	0	4,0	— 1	1	0	0	200
0	0	0	0,5	— 0,225	0	0,625	0	0	1	0	350
0	0	0	— 0,5	— 1,875	0	1,875	0	0	0	1	800

2.ª Solução	Coef. x_6	Razão	
x_0 = 30000	43,75	6857,1	
x_1 = 400	1,25	320	
x_2 = 500	— 1,25	—	
x_5 = 0	— 2,5	—	
x_8 = 200	4	50	mínimo → $x_8 = 0$
x_9 = 350	0,625	5600	
x_{10} = 800	1,875	426,66	

3.ª SOLUÇÃO — INCÓGNITAS NÃO BÁSICAS, $x_3 = x'_4 = x_7 = x_8 = 0$

Matriz III

C	x_1	x_2	x_3	x'_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	t. ind.
1	0	0	5,656	— 6,875	0	0	— 9,062	— 10,938	0	0	27812,5
0	1	0	0,219	0,375	0	0	0,313	— 0,313	0	0	337,5
0	0	1	0,781	0,625	0	0	— 0,313	0,313	0	0	562,5
0	0	0	— 0,438	— 0,75	1	0	0,375	0,625	0	0	125
0	0	0	— 0,175	— 0,5	0	1	— 0,25	0,25	0	0	50
0	0	0	0,609	0,088	0	0	0,156	— 0,156	1	0	318,7
0	0	0	— 0,172	— 0,937	0	0	0,469	— 0,469	0	1	706,2

3.ª Solução	Coef. x_3	Razão	
$C_1 = 27812,5$	5,656	5 . . . , . .	
x_1 337,5	0,219	1 . . . , . .	
$x_2 = 562,5$	0,781	720 , . . .	
$x_5 = 125$	— 0,438	—	
$x_6 = 50$	— 0,175	—	
$x_9 = 318,7$	0,609	523 , 3	mínimo $\rightarrow x_9 = 0$
$x_{10} = 706,2$	— 0,172	—	

4.ª SOLUÇÃO — INCÓGNITAS NÃO BÁSICAS, $x'_4 = x_7 = x_8 = x_9 = 0$

Matriz IV

C	x_1	x_2	x_3	x'_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	t. ind.
1	0	0	0	— 7,689	0	0	— 10,510	— 9,490	— 9,287	0	24852,7
0	1	0	0	0,343	0	0	0,257	— 0,257	— 0,360	0	222,9
0	0	1	0	0,513	0	0	— 0,513	0,513	— 1,282	0	153,8
0	0	0	0	— 0,012	1	0	0,487	0,513	0 719	0	354,2
0	0	0	0	— 0,475	0	1	— 0,205	0,205	0,287	0	141,6
0	0	0	1	0,144	0	0	0,256	— 0,256	1,642	0	523,3
0	0	0	0	— 0,913	0	0	0,513	— 0,513	0	1	796,2

4.ª SOLUÇÃO — SOLUÇÃO ÓPTIMA

$C = 24852$

$x_1 = 223$ $x_2 = 154$ $x_3 = 523$ $x'_4 = 0$ $x_5 = 354$

$x_6 = 142$ $x_7 = 0$ $x_8 = 0$ $x_9 = 0$ $x_{10} = 796$

SUMÁRIO

Chama-se a atenção para o possível emprego, nos estudos de dimensionamento de estruturas, de dois ramos da investigação operacional: a teoria dos jogos de estratégia e a programação linear.

Exemplifica-se a aplicação da programação linear ao estudo do atravessamento dum vale por uma obra rodoviária.

RÉSUMÉ

On montre que deux des grands chapitres de la recherche opérationnelle, la théorie des jeux de stratégie et la programmation linéaire, fournissent une base utile de résolution des problèmes de dimensionnement des charpentes.

L'application de la programmation linéaire est exemplifié dans la détermination de la façon optima de traversement d'une vallée par une voie routière.

SUMMARY

Attention is called to the use of operational research, and particularly of the theories of strategical games and linear programming, to solve problems of structural design.

An exemple is presented of the determination, by linear programming, of the best solution for the crossing of a valley by a road.

Reunião sobre utilização da energia solar no Laboratório Nacional da Engenharia Civil

No Laboratório Nacional de Engenharia Civil realizou-se a segunda reunião de algumas entidades interessadas na utilização da energia solar. A sua finalidade foi a de comunicar o resultado das actividades desenvolvidas pelo Laboratório no âmbito das resoluções tomadas noutra reunião efectuada há cerca de um ano.

O Eng.º Investigador Laginha Serafim que orientou a reunião, congratulou-se pela presença dos representantes de várias entidades que se têm interessado pelo problema, de modo especial, o Serviço Metereológico Nacional, porque da sua colaboração nos estudos sobre a utilização de energia solar muito se deve esperar. Foi ainda esclarecida a posição do Laboratório a este respeito, esperando que as entidades interessadas peçam o apoio deste organismo para o estudo de problemas específicos, tais como a destilação solar, a baixo custo, de água salgada, aquecimento solar de água para habitações ou indústrias, condicionamento em edifícios, produção de energia em áreas afastadas, etc.

A obtenção de documentação e contactos com entidades estrangeiras era o primeiro passso que se impunha dar ao iniciar em Portugal estes estudos. Tal objectivo foi plenamente atingido através das respostas a uma circular enviada a cerca de 100 organismos estrangeiros, inquirindo o estado actual dos estudos e programa de acção futura dessas entidades, especialmente nos problemas atrás referidos. Os relatórios enviados mostram que uma das razões do desenvolvimento dos estudos de utilização de energia solar é o provável esgotamento a curto prazo, das reservas de combustíveis fósseis, com a consequente procura de novas fontes de energia. O facto da energia nuclear não poder, senão dentro de décadas, segundo parece, garantir os enormes aumentos do consumo de energia, faz que entidades responsáveis no campo da investigação e da indústria estejam voltando a sua atenção para a utilização de energia solar. Esta fonte de energia, recebida na terra em quantidades enormes, ainda que de forma dispersa, poderá substituir, econòmicamente, as outras fontes. A seguir o aluno do Instituto Superior Técnico Salgado Prata expôs um trabalho de sua autoria e do Eng.º J. Laginha Serafim sobre o interesse da destilação solar, em que se passaram em revista os vários métodos para destilar a água salgada utilizando a energia solar e os preços de custo do m^3 de água, obtido por esta via em vários destiladores.

A reunião terminou com uma útil troca de impressões sobre os assuntos expostos e uma visita aos quatro destiladores solares e ao aparelho de aquecimento de água que o Laboratório tem em funcionamento experimental.

MAGUE

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA

(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)

Alverca — Portugal

Estação de chegada dos teleféricos de transporte de carvão das minas de S. Pedro da Cova e do Pejão para a Central Térmica da Tapada do Outeiro (E. T. P.)

•

PROJECTO E FABRICO DE

PONTES ROLANTES

GUINDASTES

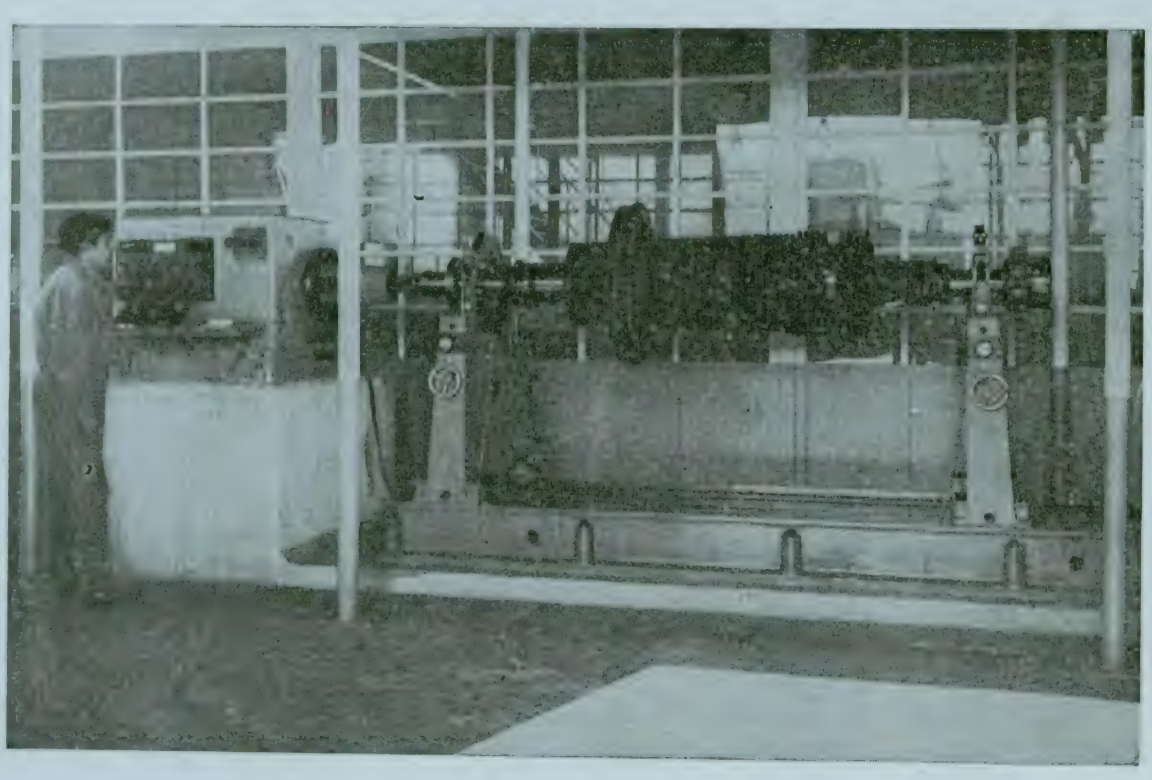
GRUAS, DERRICKS E GUINCHOS

APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS

CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS

A COMPANHIA UNIÃO FABRIL

põe à disposição dos seus clientes no Estaleiro Naval:



— Uma oficina de Ensaios e Reparação Diesel

— Uma máquina electrodinâmica de equilibragem para rotores de 30 a 3000 Kgs. — 2 M. de diâmetro máximo — 3,420 m. entre apoios.

ROCHA DO CONDE DE ÓBIDOS

LISBOA

Telef. 66 21 48

C. D. U. 535.42

Difracção por um semi-plano perfeitamente condutor

PELO ENG.º ELECTROT. I. S. T., M. Sc. (ENG.ª) PEDRO M. J. CORRÊA DE SAMPAIO

Este trabalho constitui a tradução de parte da tese apresentada na Universidade de Londres para o grau de M. Sc. (Eng.ª) enquanto o autor era bolseiro do I. A. C. (C. E. E. N.)

1 — Introdução

O problema da difracção de uma onda por um obstáculo pode ser formulado do seguinte modo: procura-se uma solução dos campos eléctrico e magnético que

— satisfaça a equação diferencial quer no interior do obstáculo quer no restante espaço

— satisfaça a condição de continuidade das componentes tangenciais dos campos eléctrico e magnético na superfície de separação.

As dificuldades matemáticas ligadas a tal solução são tão grandes que só tem sido possível arranjar soluções exactas para casos especialmente simples tais como a difracção de uma onda plana por uma esfera, um cilindro ou um écran plano. As expressões teóricas podem-se simplificar quando as dimensões dos obstáculos são pequenas comparadas com o comprimento de onda, e a fonte de radiação e ponto de observação estão a distâncias infinitas do obstáculo (difracção de Fraunhofer), ou quando estas distâncias são grandes comparadas com o comprimento de onda mas tais que envolvam diferenças de fase (difracção de Fresnel). Contudo o caso geral dá-se quando não é possível introduzir qualquer aproximação na teoria, isto é, quando os obstáculos e as distâncias em questão são comparáveis ao comprimento de onda.

O método de Sommerfeld foi o único usado durante muito tempo para obter soluções rigorosas de problemas de difracção. Durante muitos anos o problema de difracção por uma cunha, incluindo como caso particular o do semi-plano, era virtualmente o único para que se conhecia solução exacta. Recentemente, no entanto, outros métodos de resolver rigorosamente problemas de difracção baseados na utilização de equações integrais foram criados por Copson (1) e Clemmow (2).

Embora o estudo experimental da amplitude e fase do campo difractado por obstáculos e aberturas a distâncias comparáveis com o comprimento de onda não se possa fazer por meios ópticos, este torna-se no entanto possível empregando fontes de micro-ondas.

Harden (3), referindo-se à difracção de uma onda plana por um obstáculo equivalente a um plano semi-infinito, compara valores experimentais da intensidade e fase do campo difractado com os obtidos a partir da solução exacta de Sommerfeld. Quase todas as suas medidas foram feitas ao ar livre.

Contudo as medidas dos campos difractados realizadas nestas condições têm como desvantagem as interferências entre os aparelhos auxiliares e o operador com a região do campo, sendo ainda necessário grandes obstáculos o que eleva portanto o seu custo.

A fim de melhorar este método El-Kharadly (4) e Row (5) aplicaram ao estudo de vários problemas a técnica da linha de transmissão de placas paralelas.

O método consiste principalmente em confinar o campo dado pela fonte entre duas placas paralelas de modo a que a fonte e o obstáculo se possam considerar a uma distância infinita numa direcção perpendicular às placas. Com esta técnica não só as necessidades de espaço mas também as interferências entre o equipamento auxiliar e o operador com a região do campo são grandemente eliminadas além de que o comprimento necessário do obstáculo é apenas o do espaçamento das placas.

Visto não ser possível obter uma fonte de ondas planas dispõe-se de duas alternativas. Uma (Row) consiste em utilizar uma pequena corneta[1] fazendo todos os cálculos na base de se ter uma onda incidente cilíndrica. A outra, usada por El-Kharadly em problemas de dieléctricos artificiais é baseada na obtenção de uma frente de onda plana numa região tão larga quanto possível (terminando a corneta por uma lente).

Tem este trabalho por finalidade procurar obter com o emprego de uma linha de transmissão de placas paralelas, resultados mais próximos da solução rigorosa de Sommerfeld do que os achados por Harden. O equipamento usado permite que se façam medidas de amplitude e fase na banda de 3 cm.

2 — Técnica e equipamento de medidas

2 — 1 — *Medidas de amplitude*

2 — 1 — 1 — *Equipamento usado*

Faremos apenas referencia às partes essenciais do equipamento usado quer em medidas de amplitude quer de fase visto todas as dimensões e detalhes de construção virem referidas num trabalho de Adey (6). Na figura 1 apresenta-se um diagrama esquemático do circuito geral usado.

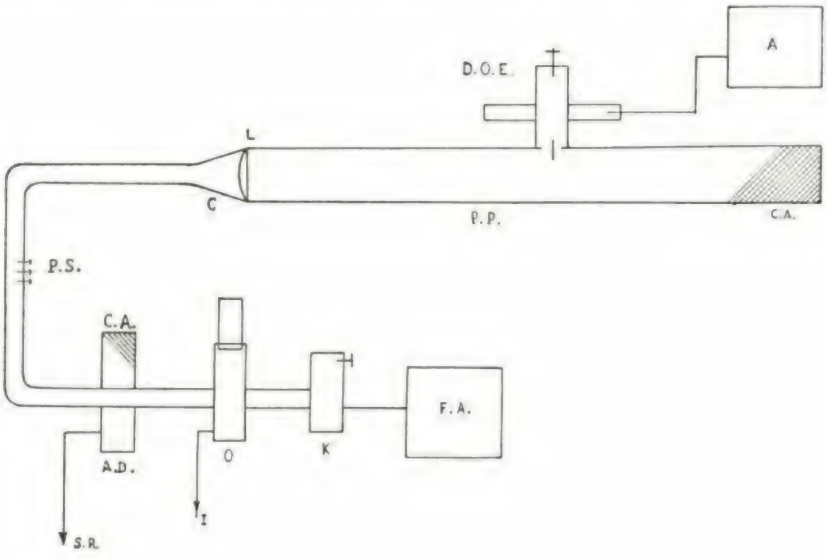


Fig. 1 — Diagrama do equipamento usado em medidas de amplitude

F. A. — Fonte de alimentação
K — Klistrão
O. — Ondâmetro
I. — Indicador
C. — Corneta
L. — Lente
A. — Amplificador
A. D. — Acoplador direccional
S. R. — Sinal de referência
C. A. — Carga adaptada
P. S. — Parafuso para sintonia
P. P. — Linha de transmissão de placas paralelas
D. O. E. — Detector de ondas estacionárias.

A linha de transmissão de placas paralelas, com aproximadamente 4.90 m de comprimento e 76 cm de largura, era alimentada a partir da fonte de sinal, um klistrão, por um guia de onda 1 " × 0.5" terminado por uma corneta cuja distribuição do campo na saída era corrigida em fase por uma lente plano-convexa de poliestirene. O sinal proveniente do acoplador direccional foi usado como sinal de referência nas medidas de fase.

(1) Do inglês «horn».

A distância entre as placas da linha era menor que metade do comprimento de onda para que apenas se pudesse propagar uma onda T. E. M. (1) ou T. E. (2). As regiões laterais da linha de transmissão eram preenchidas por pedaços de madeira revestidos de aquadag (carbono coloidal). Uma das placas superiores era rectangular (76 cm) e dispunha de uma pequena ranhura de aproximadamente 53 cm ao longo do eixo central para o detector de ondas estacionárias. Podia-se rodar esta placa de 90° permitindo assim que se fizessem medidas da distribuição transversal do campo eléctrico.

A saída do cristal, B. T. H. tipo CV 222, alimentava um amplificador selectivo e indicador de saída construído no próprio amplificador. Para localizar a posição da sonda usou-se uma escala centimétrica com um nónio de 0.1 mm.

2 — 1 — 2 — *Procedimento experimental e erros*

Tendo-se usado o método de interferência nas medidas de fase não era tècnicamente conveniente fazer simultâneamente medidas de amplitude e fase.

Dispondo-se de um bom amplificador e de um cristal rectificador de lei aproximadamente quadrática usou-se este directamente à saída da sonda. A lei do cristal foi verificada no circuito subsequentemente usado utilizando-se o procedimento normal de curto-circuitar a linha.

Com o fim de evitar radiação proveniente da ranhura foi esta, durante todas as medidas, preenchida com pequenos pedaços de cobre que podiam ser transferidos de um lado para o outro do detector à medida que este se movia.

Todas as medidas foram feitas com a linha terminada por uma carga adaptada, feita de pedaços de madeira análogos aos que preenchiam as regiões laterais.

As principais fontes de erro eram:

a) incerteza na localização da sonda. Esta podia ser localizada dentro de 0.01 cm. Fora da sombra geométrica esta incerteza correspondia a um erro máximo de $\pm$ 0.03 db nos resultados obtidos; nas medidas realizadas na sombra, onde o campo decresce ràpidamente, o erro introduzido é da ordem de $\pm$ 0.06 db;

b) o erro de leitura dependia do valor do campo com que se lidava. Para todas as medidas na região iluminada este erro era da ordem de $\pm$ 0.1 db enquanto que na sombra era $\pm$ 0.3 db;

c) as diferenças observadas na lei do cristal durante as experiências conduziam a um erro máximo inferior a 0.01 db.

O erro máximo experimental era portanto de aproximadamente $\pm$ 0.15 db nas medidas de amplitude fora da sombra geométrica e de $\pm$ 0.4 db dentro dela.

2 — 2 — *Medidas de fase*

2 — 2 — 1 — *Equipamento usado*

O circuito usado é o indicado na fig. 2.

O sinal de referência vindo do acoplador directional era levado à extremidade da linha por um guia de onda standard 0.5" $\times$ 1.0" passando através de dois atenuadores, um dos quais do tipo rotacional, de um variador de fase (3), de uma secção de sintonização de tipo parafuso (evitando-se reflexões do T mágico e da discontinuidade dos dois guias), e finalmente alimentava o braço H do T. O braço E terminava num transformador guia de onda-cabo coaxial, com parafusos de sintonização, ligado a um terminal de micro-ondas situado no detector de ondas estacionárias.

Os dois braços laterais eram terminados respectivamente por uma carga adaptada e um suporte de cristal (4) com possibilidade de ser sintonizado.

---

(1) Do inglês «Transverse Electric Magnetic»; onda sem componentes longitudinais do campo.

(2) Do inglês «Transverse Electric»; onda com componente longitudinal do campo magnético sendo o campo eléctrico inteiramente transversal.

(3) Do inglês «phase-shifter».

(4) Do inglês «crystal holder».

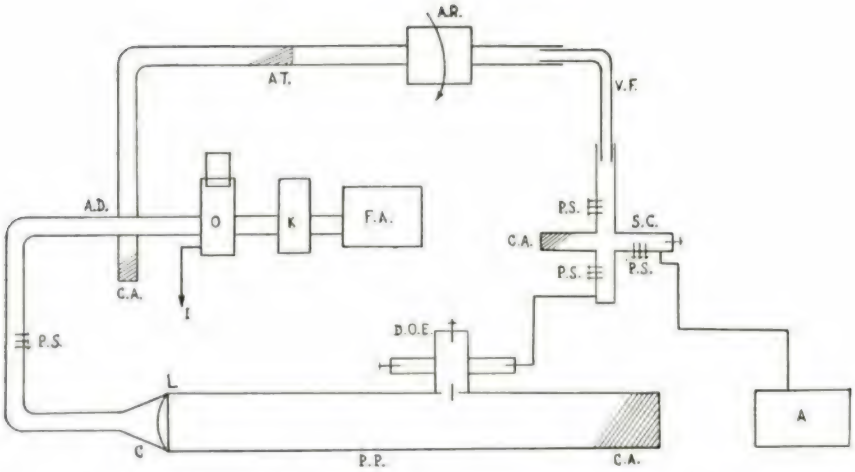


Fig. 2 — Diagrama do equipamento usado em medidas de fase

F. A.	— Fonte de alimentação	P. P.	— Linha de transmissão de placas paralelas
K.	— Klistrão	D O. E.	— Detector de ondas estacionárias
O.	— Ondâmetro	AT.	— Atenuador
I.	— Indicador	A. R.	— Atenuador rotacional
A. D.	— Acoplador direccional	V. F.	— Variador de fase
C. A.	— Carga adaptada	A.	— Amplificador
P. S.	— Parafuso para sintonia	S. C.	— Suporte de cristal
C.	— Corneta		
L.	— Lente		

A saída do cristal, B. T. H. tipo coaxial CV 2226, alimentava um amplificador e indicador de saída. A frequência era medida como de costume, por um ondâmetro.

Para passar de uma medida de fase para uma de amplitude era ùnicamente necessário desligar do detector o terminal de micro-ondas substituindo-o por um cristal e um cabo de saída ligado ao amplificador.

Uma das maiores dificuldades em medidas de fase é controlar a amplitude do sinal de referência sem ao mesmo tempo mudar a sua fase. O atenuador do tipo rotacional descrito por Southworth (7) satisfaz perfeitamente este requisito; o que se utilizou era do tipo Elliot B — 204.

O variador de fase de tipo trombone consistia numa secção de guia de onda standard 0.5" × 1.0" escorregando dentro de outra 0.4" × 0.9". O movimento era controlado por um mecanismo de parafuso de passo 1 mm e a porção deslocada indicada num mostrador graduado em centésimos de mm. Neste tipo de variador a mudança de fase introduzida corresponde a duas vezes a porção deslocada. Na frequência em que as medidas foram feitas uma diferença de 1 mm correspondia a 17.° 36'.

2 — 2 — 2 — *Procedimento experimental e erros*

Um T mágico adaptado, fig. 3-a, tem uma característica importante quando alimentado simultâneamente por fontes da mesma frequência através dos braços E e H ou dos braços laterais.

Quando alimentado através dos braços E e H, fig. 3-b, os campos resultantes nos braços laterais são respectivamente proporcionais à soma e diferença vectorial dos dois campos de entrada; quando os dois sinais de entrada são iguais em amplitude e fase, a saída de um dos braços laterais é nula sendo a do outro dupla da de entrada.

Anàlogamente, fig. 3-c, sendo alimentado pelos braços laterais os campos nos braços E e H são respectivamente proporcionais à diferença e soma vectoriais dos campos de entrada.

Em virtude desta propriedade o T pode ser usado como um circuito que responde à diferença de fase existente entre dois sinais de entrada da mesma frequência. Portanto, se o sinal captado

pela sonda alimentar o braço E e o de referência o H, o sinal de saída de um dos braços laterais será teòricamente nulo quando ambos os sinais tiverem a mesma amplitude, a mesma frequência e estiverem em fase, e será duplo do de entrada quando estiverem desfasados de 180.° Contudo na prática não é possível conservar todos os braços adaptados e por conseguinte o zero torna-se num mínimo bem definido.

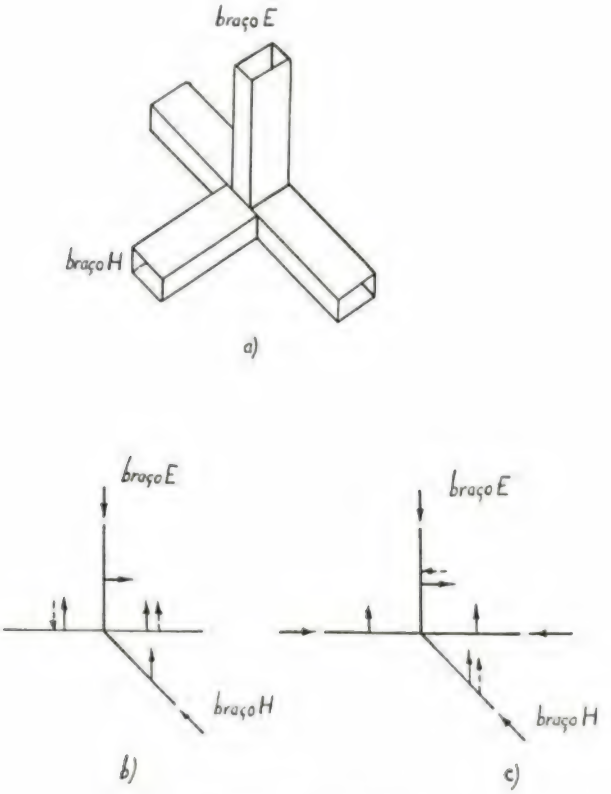


Fig. 3 — T mágico

Ajustou-se o variador de fase e o atenuador de modo a obter um sinal mínimo; em seguida voltou-se a ajustar aquele para que desse duas leituras iguais uma de cada lado do mínimo. O equilíbrio do sistema era então obtido achando a média das leituras do variador sendo a diferença de fase relativa a diferentes posições da sonda obtida a partir da constante do variador.

As principais fontes de erro eram:

a) variação da frequência; para a máxima variação de frequência experimentada não se observou qualquer variação de fase;

b) a constante do variador de fase era determinada a partir do valor do comprimento de onda em vazio. Neste trabalho foi considerado ser conhecido dentro de 0.001 cm. As tolerâncias na maior dimensão do guia também entravam no cálculo desta constante. Isto correspondia a um erro desprezível na constante de fase;

c) nas frequências de micro-ondas, curvaturas introduzidas em cabos coaxiais podem provocar grandes variações de fase. O único cabo existente era o que alimentava o braço E do T. Foi possível suportá-lo em posição tal que a sua curvatura permanecia mais ou menos inalterável durante as medidas. Distorcendo-o deliberadamente ao grau verificado na prática não se observaram quaisquer diferenças de fase;

d) incerteza na localização da sonda. Podia ser localizada dentro de 0.01 cm. Fora da sombra geométrica aquela incerteza correspondia a um erro máximo de aproximadamente $\pm$ 18′ enquanto que dentro dela o erro seria de $\pm$ 1/2°;

e) a leitura do variador de fase podia ser localizada dentro de 0.005 mm. A partir da constante do variador de fase isto correspondia a um erro de aproximadamente 6′;

f) a média das leituras de cada lado do mínimo correspondente ao equilíbrio da ponte era outra causa de possível erro. Para o calcular traçaram-se curvas de deflexão do indicador em função da leitura do variador da fase para diferentes posições da sonda. Tomando a média de diferentes valores de cada lado do mínimo este podia ser determinado com um rigor de $\pm$ 0.4 mm o que correspondia a um erro menor que 1°.

Das fontes de erro discutidas ser-se-ia levado a tomar como provável, em medidas de fase, um erro da ordem de 2°.

3 — Experiências preliminares

Tornava-se necessário saber até que ponto o campo na linha de transmissão de placas paralelas era semelhante ao de uma onda T. E. M.

Com este fim fizeram-se medidas transversais da amplitude e fase sendo os resultados obtidos indicados na fig. 4. Podia-se então supor que numa região de 6 cm de cada lado do centro da linha a onda propagada ao longo desta era plana.

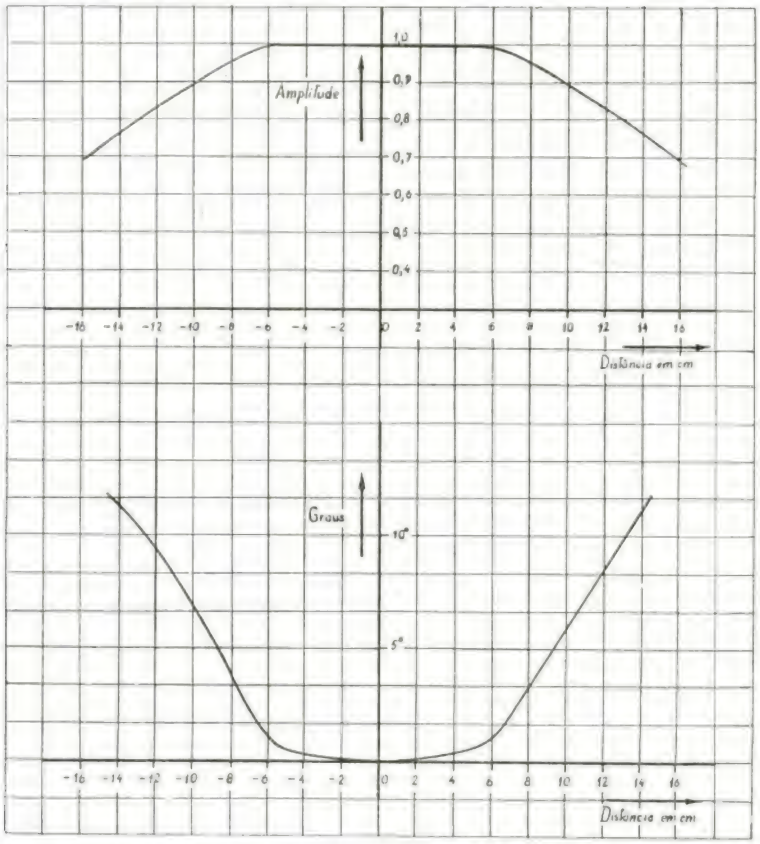


Fig. 4 — Distribuição transversal do campo eléctrico

Terminando a linha por uma carga adaptada, pedaços de madeira, observou-se a existência de uma pequena onda estacionária; esta era equivalente a um coeficiente de onda estacionária de tensão de 1.04.

Curto-circuitando a linha podia-se observar o baixo nível da atenuação devido à conductibilidade finita das placas por não haver tendência da amplitude do campo, nas posições mínimas, para diminuir à medida que se movia a sonda ao longo da ranhura.

4 — Expressões teóricas

Como já se disse foi Sommerfeld quem primeiro obteve a solução rigorosa da difracção produzida por um semi-plano infinitamente fino e perfeitamente condutor.

Contudo, recentemente, criaram-se outros métodos para resolver problemas de difracção os quais aplicados ao caso tratado por Sommerfeld conduzem às mesmas expressões.

As expressões teóricas a seguir apresentadas baseiam-se em estudos feitos sobre este problema por Clemmow e são as utilizadas por Harden. Para conveniência em descrever o semi-plano e os pontos de investigação usa-se o sistema de coordenadas da fig. 5.

O écran ocupa o semi-plano $y = 0$, $x \geqslant 0$ com a extremidade difractante $\overline{AB}$ ao longo do eixo dos zz. As coordenadas de um ponto P no plano $z = 0$ são (r, θ). As direcções positivas dos eixos são indicadas pelas setas. O sistema de unidades usado é o M. K. S.

Uma onda plana incidente propagando-se na direcção negativa do eixo dos yy e polarizada no plano E (vector campo eléctrico paralelo a $\overline{AB}$) é dada em coordenadas polares, omitindo o factor $e^{j\omega t}$ por

$$\begin{cases} E_z = E_o\, e^{j k r \cos(\theta - \varphi)} \\ E_x = E_y = 0 \end{cases}$$

em que k, a constante de fase, é dada por

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{\mu_o\, \varepsilon_o}} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\omega = 2\pi f$ — frequência angular
μ_o — permeabilidade no vazio
ε_o — constante dieléctrica no vazio
λ — comprimento de onda no vazio

e sendo φ o complemento do ângulo entre o eixo dos xx e a direcção de propagação da onda incidente. Apenas nos referiremos à incidência normal em que $\varphi = 90°$.

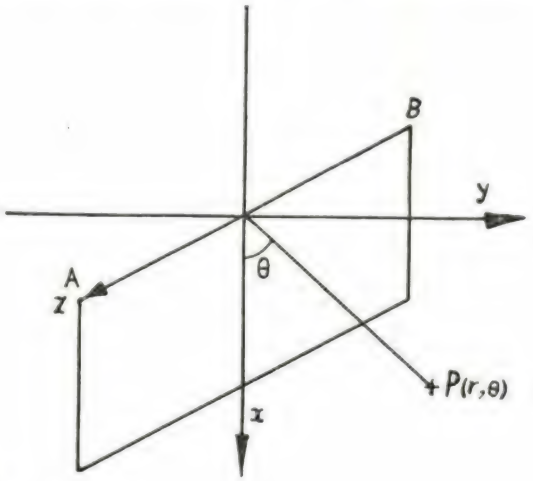


Fig. 5

Introduzido o semi-plano as componentes do campo total serão dadas por

$$\begin{cases} E_z = \dfrac{E_o\, e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \left[e^{j k r \cos(\theta - \varphi)} \displaystyle\int_{-a}^{\infty} e^{-j\tau^2}\, d\tau - e^{j k r \cos(\theta + \varphi)} \int_{-b}^{\infty} e^{-j\tau^2}\, d\tau \right] \\ H_x = -\dfrac{1}{j\omega\mu_o} \dfrac{\partial E_x}{\partial y} \\ H_y = \dfrac{1}{j\omega\mu_o} \dfrac{\partial E_z}{\partial y} \\ E_x = E_y = H_z = 0 \end{cases}$$

em que

$$\begin{cases} a = \sqrt{2kr} \cos \dfrac{\theta - \varphi}{2} \\ b = \sqrt{2kr} \cos \dfrac{\theta - \varphi}{2} \end{cases}$$

e os integrais são os normais de Fresnel.

Destas fórmulas e com o auxílio de tabelas dadas por Rankin (8), calcularam-se curvas teóricas; os detalhes do cálculo são dados nos apêndices I e II.

As intensidades do campo eléctrico são designadas por E'_z em que

$$E'_z = \frac{|E_z|}{E_0}$$

e todas as curvas são expressas em *db* abaixo do valor do primeiro máximo sendo representadas gràficamente como funções de $x_\lambda = x/\lambda$. A fase é representada como a mudança em graus a partir do valor do espaço livre para $x_\lambda = 0$ para um plano particular $\gamma_\lambda = n$ onde $\gamma_\lambda = \gamma/\lambda$.

Das curvas teóricas, apresentadas em 5, observa-se que a amplitude da onda difractada passa por alternados máximos e mínimos fora da sombra geométrica, enquanto que dentro dela decresce ràpidamente sem passar por quaisquer máximos ou mínimos. As variações de fase são semelhantes.

5 — Resultados experimentais

As maiores dificuldades encontradas durante a realização do trabalho diziam respeito ao semi-plano e à sua introdução na linha.

Como era necessário ter um écran cuja espessura e conductibilidade se aproximassem tanto quanto possível das condições teóricas, tornava-se difícil assegurar um bom contacto entre este e as placas da linha de transmissão.

Outra dificuldade dizia respeito ao alinhamento do écran no interior da linha de modo a que a extremidade difractante ficasse paralela ao vector campo eléctrico. Para a introdução do semi-plano foi necessário fazer pequenas ranhuras nos pedacos de madeira que preenchiam as regiões laterais da linha.

Visto as experiências terem por fim verificar a teoria tão exactamente quanto possível, o semi-plano tinha que ser colocado de modo a que se dispusesse da maior região possível em que a onda fosse realmente plana em virtude da distribuição transversal apresentada.

Contudo, a maior dificuldade encontrada dizia respeito ao bom contacto entre o écran e as placas da linha.

Antes que se obtivessem resultados aceitáveis foram experimentados diversos écrans de diferentes espessuras e configurações. Um esquema do primeiro modelo usado, feito em chapa de cobre, está indicado na fig. 6

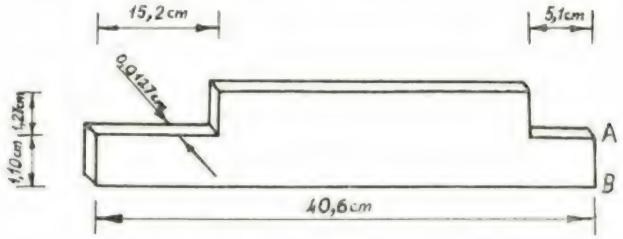
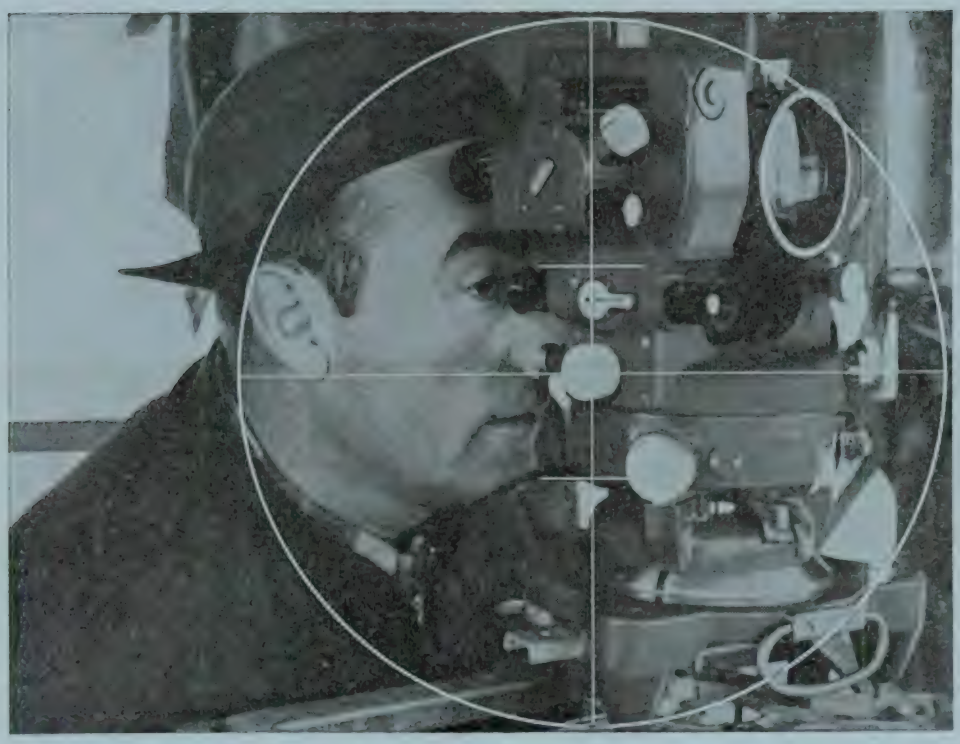


Fig. 6

A parte superior do écran entrava na ranhura da placa superior permitindo assim o seu fácil deslocamento através da linha. Os resultados obtidos não eram de confiança visto que, sendo a folha muito fina flectia, tornando difícil o seu alinhamento e deslocação.

Ao mesmo tempo e pela mesma razão o contacto com as placas não era suficientemente bom; com efeito os resultados mostraram não só um desvio dos máximos e mínimos mas uma queda geral nas amplitudes.

Experimentou-se então um outro modelo com a mesma configuração mas utilizando uma chapa de espessura 5.6 mm; com este, embora os máximos e mínimos de interferência estivessem correc-



DKM 3 — Teodolito de triangulação de construção compacta, com óculo de lente espelhada para triangulação da ordem I. e II., trabalhos geodésicos-astronómicos e medidas de deformação de grande exactidão. Imagem vertical completamente isenta de coloração.
Leitura clara.

Kern SWISS

Peça o prospecto descritivo.

KERN — Instrumentos geodésicos de fama mundial pela perfeição técnica e precisão.

REPRESENTANTES PARA PORTUGAL:

EMÍLIO DE AZEVEDO CAMPOS & C.ª, L.DA

RUA DE SANTO ANTÓNIO, 137-145 — PORTO — TEL. 20254/5
RUA ANTERO DE QUENTAL, 17-1.º — LISBOA — TEL. 53366

UNILENE

Os tubos de polietileno «UNILENE», os seus acessórios de plástico «UNI-PLAST» e o seu processo de montagem e soldadura estão aprovados pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil, para:

CANALIZAÇÕES DE ÁGUA — Proc. 217-III

E

CANALIZAÇÕES DE ESGOTO DOMÉSTICO — Proc. 228-III

UNILENE

SOCIEDADE FABRIL DE MATÉRIAS PLÁSTICAS

PORTO
RUA DO HEROÍSMO, 291
Telef. 5 26 71

LISBOA
RUA DA EMENDA, 19
Telef. 2 04 48

COIMBRA
AV. FERNÃO DE MAGALHÃES, 282
Telef. 2 69 84

tamente situados, as amplitudes observadas eram sempre mais baixas do que as dadas pela teoria. Concluiu-se que isto era devido ao mau contacto entre o écran e as placas.

A fim de o melhorar flectiu-se o écran de modo a tomar a forma de uma secção em canal como se indica na fig. 7 e foi então montado na linha de transmissão com as extremidades horizontais na região da sombra

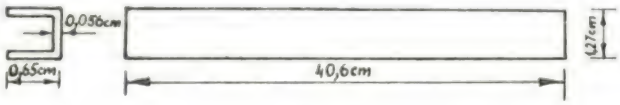


Fig. 7

Nas experiências em que $y_\lambda = -3$ teve que se mover o écran no sentido do gerador visto a ranhura da linha de transmissão ser fixa.

Todas as experiências foram feitas num comprimento de onda de 3.19 cm usando este último modelo.

A fig. 8 dá-nos uma comparação da curva teórica com os pontos experimentais no plano do écran, $y_\lambda = 0$. Dela se pode observar que existe uma boa concordância quando x_λ varia de 0 a -4.

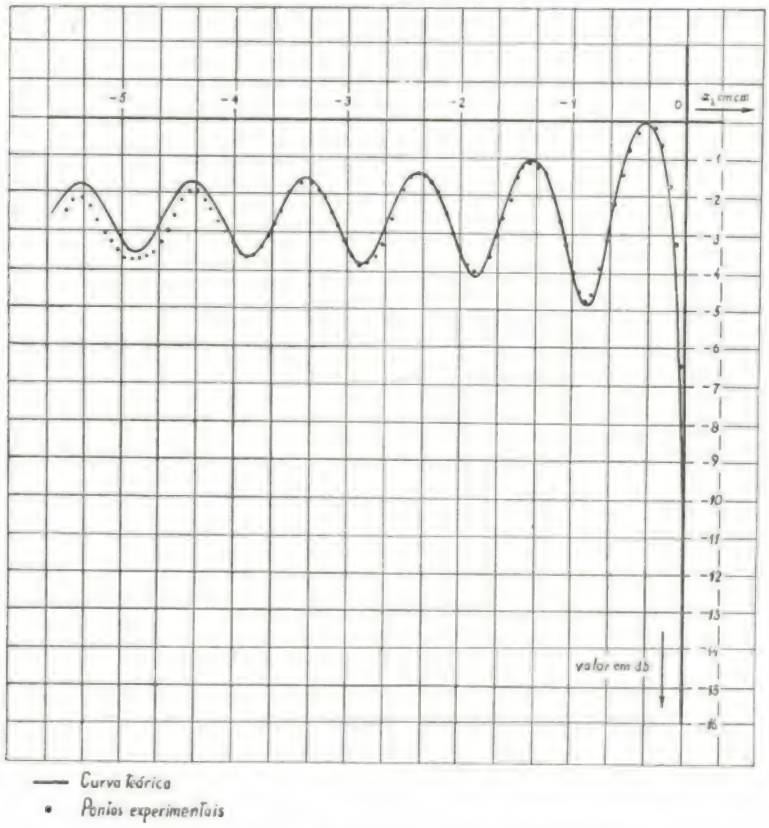


Fig. 8 — Intensidade do campo E'_z para $y_\lambda = 0$

As variações de amplitude obtidas por Harden para este caso apresentam um desvio nas posições dos máximos e mínimos. Esta discrepância é provàvelmente devida à espessura do écran usado, à posição próxima do dipolo da extremidade difractante e à possibilidade da sonda estar ligeiramente afastada do plano do écran ou da onda incidente não ter sido exactamente normal a este plano.

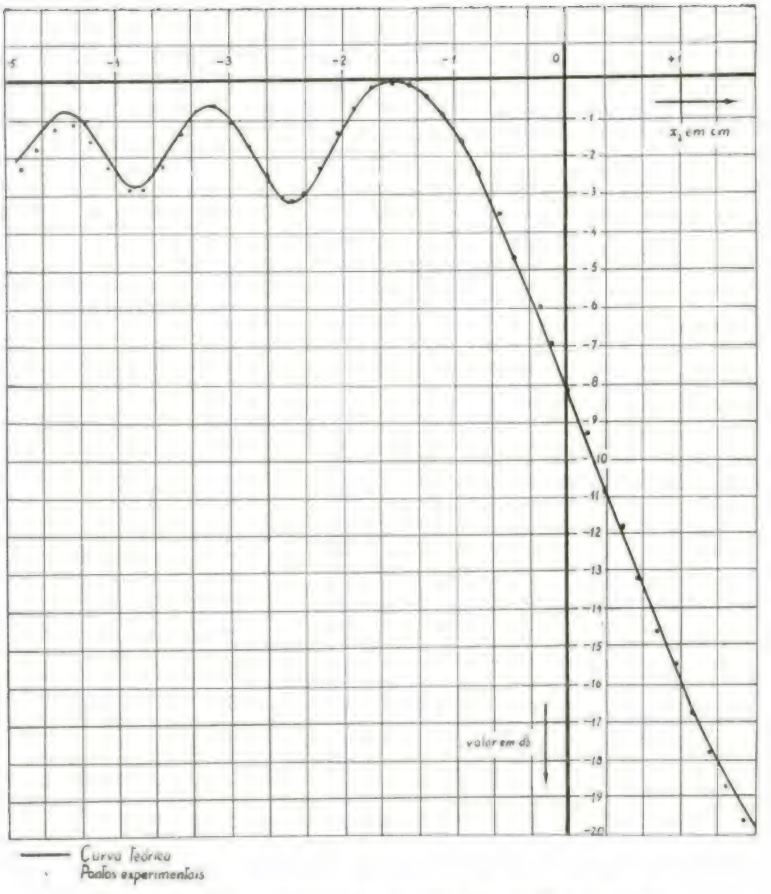


Fig. 9 — Intensidade do campo E'_z para $y_\lambda = -3$

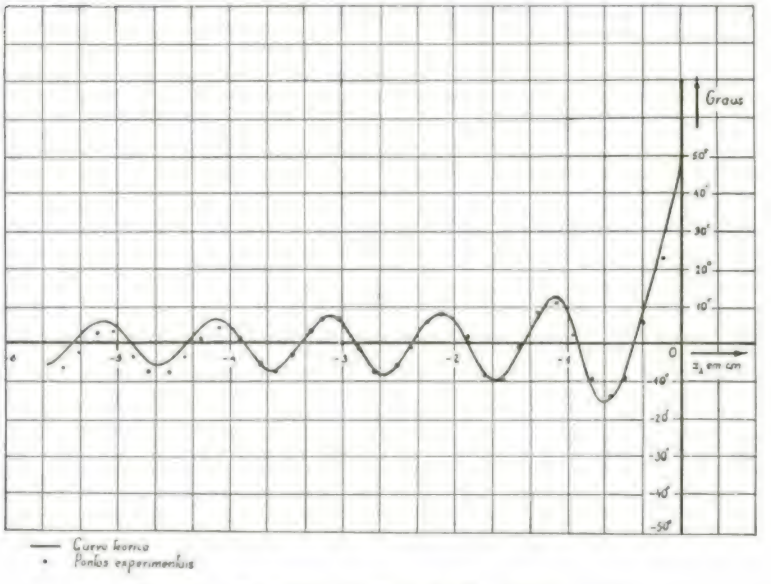


Fig. 10 — Variação de fase de E_z para $y_\lambda = 0$

Os resultados obtidos para E'_z com $y_\lambda = -3$ são os indicados juntamente com a curva teórica na fig. 9. Verifica-se uma boa concordância entre a teoria e a prática quando x_λ varia de 0 a -2.5 e na região da sombra de 0 a 1.5.

As fig. 10 e 11 mostram-nos pontos experimentais e curvas teóricas de fase para respectivamente $y_\lambda = 0$ e $y_\lambda = -3$. A concordância obtida pode também ser considerada como muito boa.

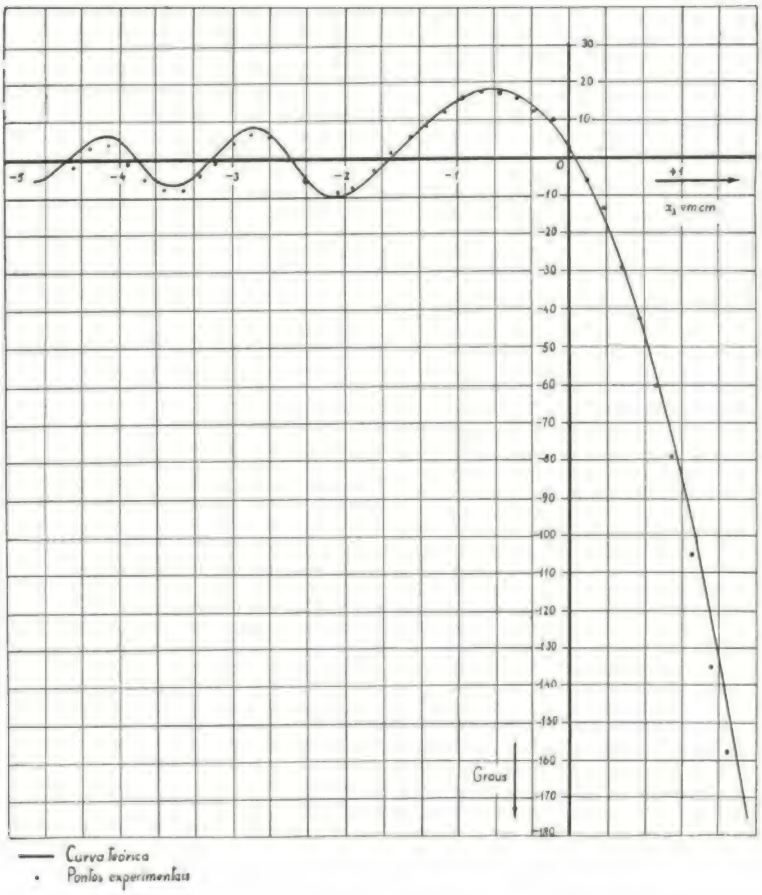


Fig. 11 — Variação de fase de E_z para $y_\lambda = -3$

No caso de $y_\lambda = -3$ o semi-plano estava colocado numa posição tal que a região onde se podia considerar uma onda plana uniforme era aproximadamente de $x_\lambda = -2.5$ a $x_\lambda = 1.5$ sendo nesta região que existia uma íntima concordância entre a teoria e a prática. Fora dela verificava-se uma queda gradual nos valores experimentais, pequena de início mas aumentando com a distância. Contudo, os máximos e mínimos continuavam a estar correctamente situados.

Observava-se o mesmo para $y_\lambda = 0$, onde a zona de uma onda plana uniforme era de $x_\lambda = 0$ a $x_\lambda = -4$. Esta queda gradual verificava-se igualmente nas experiências realizadas por Harden devida, do mesmo modo, ao campo incidente não uniforme.

Nas medidas de fase tem de se escolher um ponto de referência em relação ao qual se tomem todas as diferenças de fase. Escolheram-se dois máximos $x_\lambda = -1.1$ para $y_\lambda = 0$ e $x_\lambda = -0.7$ para $y_\lambda = -3$ porque um pequeno erro na sua localização não introduzia erro apreciável visto a curva ser pouco acentuada nessa região. Os valores experimentais foram portanto expressos como a diferença de fase relativa ao valor da fase nesses máximos.

6 — Conclusões

O método da linha de transmissão de placas paralelas aplicado ao problema da difracção tem a vantagem não só de reduzir as incertezas introduzidas pelos efeitos de campos reflectidos mas também a das necessidades de espaço e dimensões dos obstáculos serem ùnicamente as de separação das placas.

No caso particular da difracção por um semi-plano existe ainda a vantagem de se poder usar um écran menos espesso aproximando-nos portanto mais da condição teórica de um semi-plano infinitamente fino.

Comparando os resultados experimentais obtidos por Harden utilizando um equipamento exterior com os obtidos neste trabalho observa-se uma mais íntima concordância entre estes e a solução rigorosa de Sommerfeld. Pode pois concluir-se ser o método da linha de transmissão de placas paralelas o mais conveniente ao estudo de um grande número de problemas de difracção.

Contudo este método apresenta algumas desvantagens destacando-se dentre elas a da difracção de uma onda polarizada no plano H por um semi-plano não poder ser levada a efeito com este tipo de equipamento.

* * *

Desejamos registar aqui os nossos melhores agradecimentos não só aos Srs. K. W. H. Foulds e J. Roberts pelo valioso auxílio e sugestões mas também ao I. A. C. (C. E. E. N) pela concessão de uma bolsa de estudo que permitiu a realização deste trabalho.

APÊNDICE I

1 — Definição das funções A (u) e B (u)

Considerem-se as funções definidas por

$$\begin{cases} E(u, v) = C(u, v) + j\,S(u, v) = \displaystyle\int_u^v e^{j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz \\ E(0, u) = C(u) + j\,S(u) \end{cases} \tag{A.1}$$

em que C (u) e S (u) são os integrais de Fresnel normais.

Rankin devido à natureza oscilatória das funções C (u) e S (u) diz-nos ser mais conveniente em trabalho numérico empregar as funções constantemente decrescentes A (u) e B (u) definidas por

$$D(u) = B(u) + j\,A(u) = e^{-j\frac{\pi u^2}{2}}\left[\frac{1+j}{2} - E(0, u)\right] = e^{-j\frac{\pi u^2}{2}}\,E(u, \infty) \tag{A.2}$$

Apresenta ainda tabelas destas funções a quatro casas decimais em intervalos de 0.01 de u = 0 a u = 1.0 e em intervalos de 0.1 de u = 1.0 a u = 1.5.

Das expressões A.1 e A.2

$$B(u) - j\,A(u) = e^{j\frac{\pi u^2}{2}}\int_u^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz = e^{j\frac{\pi u^2}{2}}\left[\frac{1-j}{2} - \int_0^u e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz\right] \tag{A.3}$$

ou ainda

$$\int_0^u e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz = \left[\frac{1}{2} - B(u)\cos\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi u^2}{2}\right] + j\left[-\frac{1}{2} + B(u)\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\cos\frac{\pi u^2}{2}\right] \tag{A.4}$$

Com o auxílio das tabelas de A (u) e B (u) tabularam-se

$$\left[\frac{1}{2} - B(u)\cos\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi u^2}{2}\right] \quad \text{e} \quad \left[-\frac{1}{2} + B(u)\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\cos\frac{\pi u^2}{2}\right]$$

para diferentes valores de u. Estas tabelas são em intervalos de 0.1 desde u = 0 a u = 1.0 e em intervalos de 0.05 desde u = 1.0 a u = 6.0 tornando-se a sua utilidade evidente pelo que se segue.

2 — Campo difractado em função de integrais da forma $\int_0^u e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz$

Como já se disse anteriormente, o campo total difractado por um semi-plano perfeitamente condutor e infinitamente fino é dado por

$$E_z = \frac{E_0\, e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \left[e^{j k r \cos(\theta - \varphi)} \int_{-a}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau - e^{j k r \cos(\theta + \varphi)} \int_{-b}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau \right] \qquad (A.5)$$

em que

$$\begin{cases} a = \sqrt{2 k r}\ \cos\dfrac{\theta - \varphi}{2} \\ b = \sqrt{2 k r}\ \cos\dfrac{\theta + \varphi}{2} \end{cases}$$

A maior dificuldade que surge no cálculo da expressão A.5 está nos valores dos integrais de Fresnel.

Contudo fazendo as mudanças de variável

$$\frac{\pi z^2}{2} = \tau^2 \qquad \text{e portanto} \qquad d\tau = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, dz$$

os integrais podem-se escrever

$$\int_{-a}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a}^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz - \int_0^{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz \right] \qquad (A.6)$$

$$\int_{-b}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}}^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz - \int_0^{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz \right] \qquad (A.7)$$

A expressão A.6 pode ainda escrever-se da seguinte forma:

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a}^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}} dz = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\int_0^{\infty} \left(\cos\frac{\pi z^2}{2} - j \operatorname{sen}\frac{\pi z^2}{2} \right) dz - \int_0^{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a} \left(\cos\frac{\pi z^2}{2} - j \operatorname{sen}\frac{\pi z^2}{2} \right) dz \right]$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{1-j}{2} - \left[C\left(-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a\right) - j\, S\left(-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a\right) \right] \right\}$$

e como

$$C\left(-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a\right) = -C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a\right)$$

$$S\left(-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a\right) = -S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a\right)$$

virá finalmente

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\int_{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,a}^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{1-j}{2} + C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,a\right) - jS\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,a\right)\right] = \left[\frac{1-j}{2} + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,a} e^{j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz\right]\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Por considerações análogas a expressão A. 7 pode-se escrever

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\int_{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,b}^{\infty} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz = \left[\frac{1-j}{2} + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz\right]\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

A expressão A. 5 virá então

$$\frac{E_z \cdot \sqrt{2}}{E_0\, e^{j\pi/4}} = e^{jkr\cos(\theta-\varphi)}\left[\frac{1-j}{2} + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz\right] - e^{jkr\cos(\theta-\varphi)}\left[\frac{1-j}{2} + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz\right] \quad \text{(A.8.}$$

Vejamos agora a forma que esta expressão geral apresenta nos casas de $y_\lambda = 0$ e $y_\lambda = n$)

3 — Campo difractado para $y_\lambda = 0$

O sistema de coordenadas já apresentado anteriormente é o indicado na fig. I.

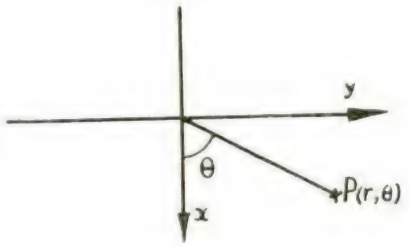


Fig. I

$$\begin{cases} y = r \operatorname{sen} \theta \\ x = r \cos \theta \\ \tan \theta = \dfrac{y}{x} \quad \text{e} \quad r^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

Quer para $y_\lambda = 0$ quer para $y_\lambda = n$ o complemento do ângulo entre o eixo dos xx e a direcção de propagação da onda incidente φ é igual a 90°.

Neste caso $\theta = 180°$ e os valores de a e b são dados por

$$\begin{cases} a = \sqrt{2kr}\,\cos\dfrac{\theta-\varphi}{2} = \sqrt{kr} \\ b = \sqrt{2kr}\,\cos\dfrac{\theta+\varphi}{2} = -\sqrt{kr} \end{cases}$$

sendo ainda

$$\begin{cases} k\,r\cos(\theta-\varphi)=0 \\ k\,r\cos(\theta+\varphi)=0 \end{cases}$$

A expressão A.8 para o caso de $y_\lambda = 0$ poder-se-á então escrever

$$\frac{E_z\,.\sqrt{2}}{E_o\,e^{j\frac{\pi}{4}}}=\frac{1-j}{2}+\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\sqrt{k\,r}} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz-\frac{1-j}{2}-\int_0^{-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\sqrt{k\,r}} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz=2\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\sqrt{k\,r}} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz$$

ou finalmente

$$\frac{E_z}{E_o}=\sqrt{2}\;e^{j\frac{\pi}{4}}\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\sqrt{k\,r}} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz \qquad \text{(A-9)}$$

O integral da expressão (A.9) é dado por (A.4) em que $u=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\sqrt{k\,r}$. A amplitude e fase do campo total difractado para diferentes valores de $r=-x$ pode assim obter-se fàcilmente com o auxílio das tabelas do Apêndice II. Dando a u os valores das tabelas, os correspondentes valores de $r=-x$ obtém-se a partir de $r=\frac{u^2\pi}{2\,k}$.

4 — Campo difractário para $y_\lambda = n$

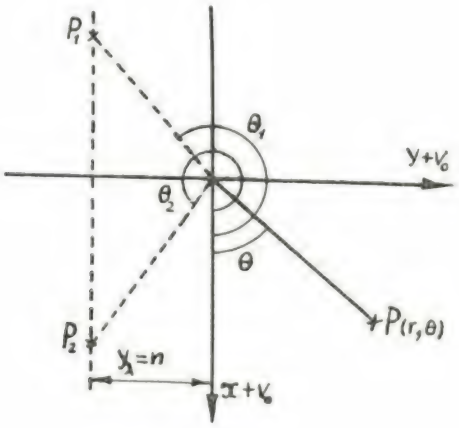


Fig. II

O caso de $y_\lambda = n$ está esquematizado na fig. II em que temos a considerar pontos para os quais x_λ é negativo e outros para que é positivo.

Neste caso as expressões de a e b podem-se escrever do seguinte modo:

$$a = \sqrt{2\,k\,r\,\cos\frac{\theta-\varphi}{2}} = \sqrt{2\,k\,r}\left(\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\varphi}{2} + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}\right) = \sqrt{k\,r}\left(\cos\frac{\theta}{2} + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

$$b = \sqrt{2\,k\,r\,\cos\frac{\theta+\varphi}{2}} = \sqrt{2\,k\,r}\left(\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\varphi}{2} - \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}\right) = \sqrt{k\,r}\left(\cos\frac{\theta}{2} - \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

De acordo com a fig. II pode-se estabelecer o seguinte quadro:

	θ	$\theta/2$		
x negativo Ponto P_1	Varia entre $180^\circ \sim 270^\circ$	Varia entre $90^\circ \sim 135^\circ$	$\operatorname{sen}\frac{\theta}{2} > \cos\frac{\theta}{2}$ sen positivo cos negativo	a positivo b negativo
x positivo Ponto P_2	Varia entre $270^\circ \sim 360^\circ$	Varia entre $135^\circ \sim 180^\circ$	$\cos\frac{\theta}{2} > \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}$ sen positivo cos negativo	a negativo b negativo

De acordo com este quadro e visto $\varphi = 90^\circ$ ter-se-á para x positivo ou negativo

$$j\,k\,r\cos(\theta-\varphi) = j\,k\,r\operatorname{sen}\theta = -\,j\,k\,|\,r\operatorname{sen}\theta\,| = -\,j\,k\,|\,y\,|$$

$$j\,k\,r\cos(\theta+\varphi) = -\,j\,k\,r\operatorname{sen}\theta = j\,k\,|\,r\operatorname{sen}\theta\,| = j\,k\,|\,y\,|$$

Deste modo a expressão geral A.8 tomará o seguinte aspecto
— para x negativo

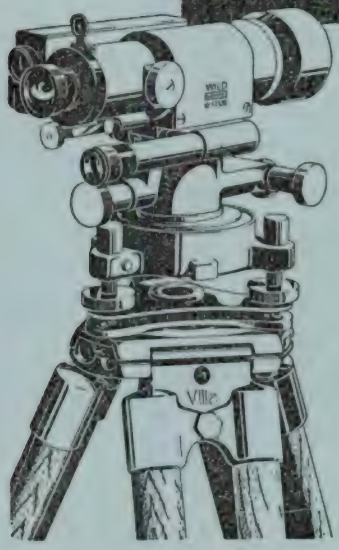
$$\frac{E_z\cdot\sqrt{2}}{E_0\,e^{j\pi/4}} = e^{-j\,k\,|\,y\,|}\left[\frac{1-j}{2} + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz\right] - e^{j\,k\,|\,y\,|}\left[\frac{1-j}{2} - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz\right]$$

$$= \frac{1-j}{2}\left[e^{-j\,k\,|\,y\,|} - e^{j\,k\,|\,y\,|}\right] + \left(\cos k\,|\,y\,| - j\operatorname{sen} k\,|\,y\,|\right)\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz +$$

$$+ \left(\cos k\,|\,y\,| + j\operatorname{sen} k\,|\,y\,|\right)\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\,dz$$

WILD
HEERBRUGG

a marca suiça
de fama mundial



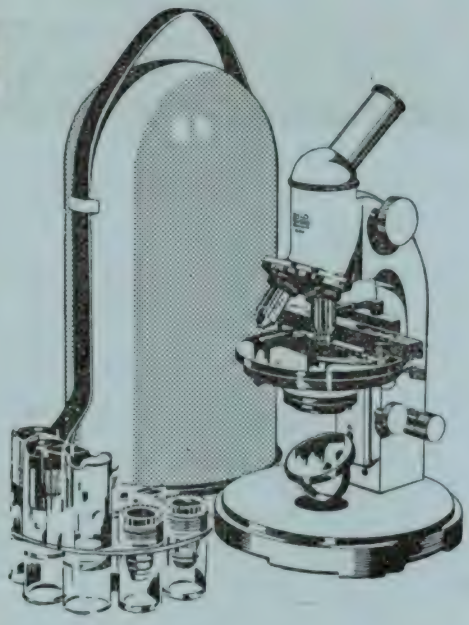
NÍVEIS E TEODOLITOS

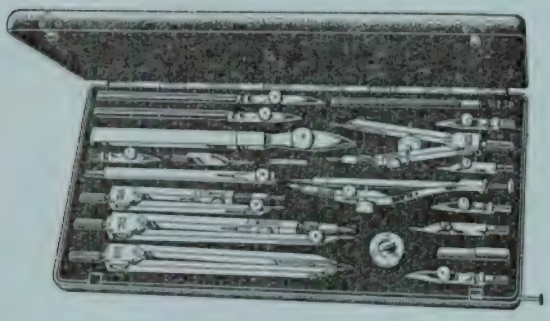
de construção moderna
para todos os fins

MICROSCÓPIOS

com equipamentos para todos
os trabalhos de microscopia

WILD
HEERBRUGG

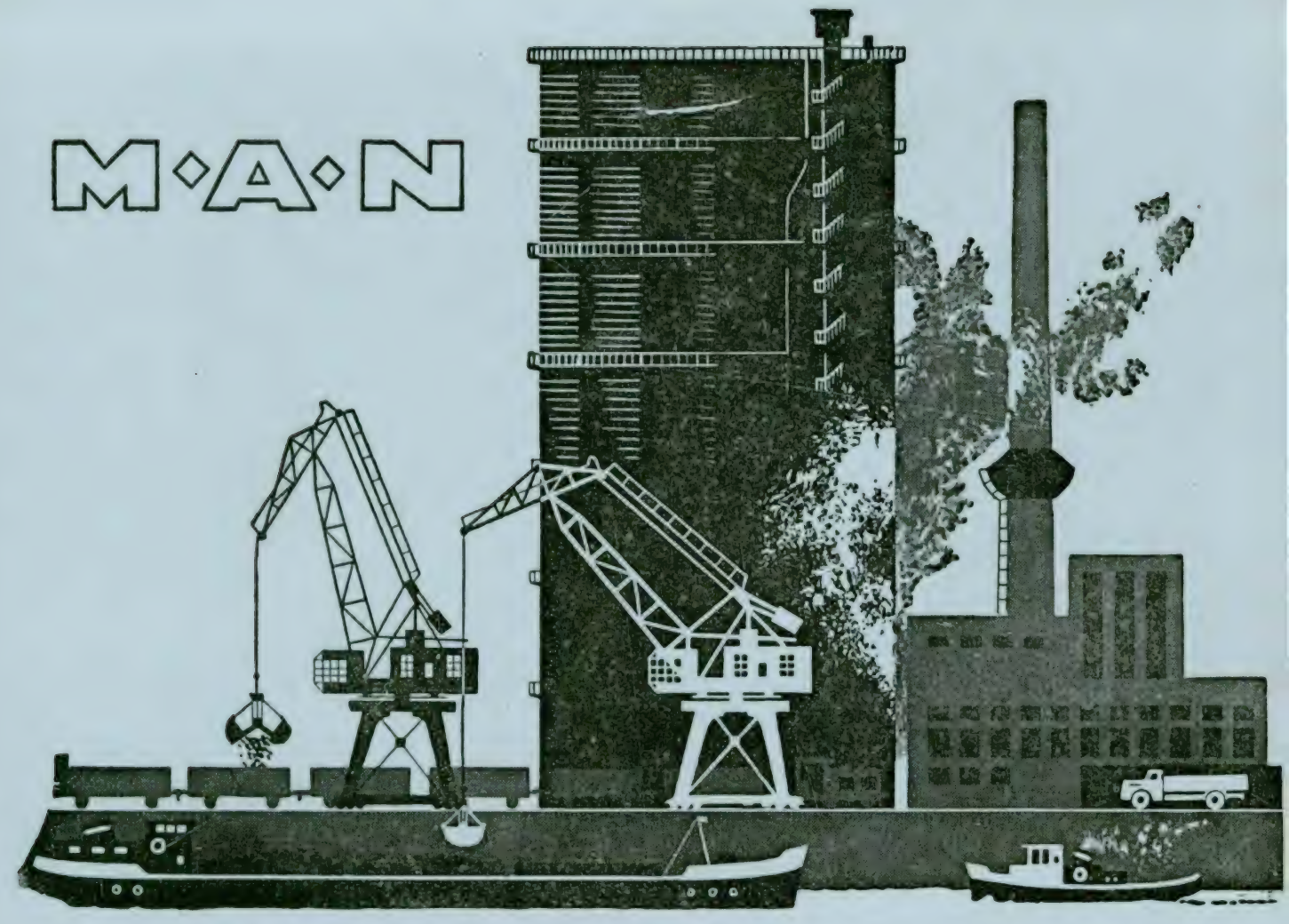




Estojos de desenho **Wild**
Únicos de aço crómio inoxidável

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS

WILD PORTUGAL, LDA. PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8 S/L 6
LISBOA — TELEF. 68 11 27



MASCHINENFABRIK AUGSBURG-NURNBERG A-G · WERK NURNBERG

INSTALAÇÃO DE FORÇA MOTRIZ A VAPOR · INSTALAÇÕES DE FORÇA MOTRIZ A GÁS · GUINDASTES E TRANSPORTADORES · MATERIAL CIRCULANTE FERROVIÁRIO · MÁQUINAS PARA ENSAIOS DE MATERIAIS · INSTALAÇÕES DE CONDICIONAMENTO DE AR · PONTES DE AÇO · INSTALAÇÕES HIDRÁULICAS DE AÇO · CONSTRUÇÕES METÁLICAS · BOMBAS · GASÓMETROS · CALDEIRAS A VAPOR CANALIZAÇÕES DE AÇO · MOTORES DIESEL TERRESTRES E MARÍTIMOS

REPRESENTAÇÃO GERAL PARA PORTUGAL E ULTRAMAR

INDUMA

MÁQUINAS INDUSTRIAIS LIMITADA

AVENIDA ANTÓNIO AUGUSTO DE AGUIAR, 88-3.º · LISBOA

Finalmente pode-se escrever

$$\frac{E_z}{E_o} = \frac{e^{j\pi/4}}{\sqrt{2}} \left\{ -\operatorname{sen} k \mid y \mid (1+j) + \cos k \mid y \mid \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz \right] + \right.$$

$$\left. + j \operatorname{sen} k \mid y \mid \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz \right] \right\} \qquad (A.10)$$

— para x positivo

Para este caso e por considerações análogas a expressão virá

$$\frac{E_z}{E_o} = \frac{e^{j\pi/4}}{\sqrt{2}} \left\{ -\operatorname{sen} k \mid y \mid (1+j) + \cos k \mid y \mid \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz \right] + \right.$$

$$\left. + j \operatorname{sen} k \mid y \mid \left[\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz \right] \right\} \qquad (A.11)$$

visto a ser agora negativo.

Os integrais que aparecem nas expressões (A. 10) e (A. 11) podem-se obter fàcilmente a partir das tabelas do Apêndice II visto serem da forma de (A. 4) em que

$$u = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \,.\, a \qquad\qquad v = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \,.\, b$$

Todos os cálculos teóricos foram feitos dando a u os valores das tabelas e procurando os correspondentes valores de v. Deste modo o integral $\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz$ era dado directamente pelas tabelas sendo $\int_0^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, b} e^{-j\frac{\pi z^2}{2}}\, dz$ dado por interpolação.

Tendo em conta os valores de a, b, u o v pode-se escrever

$$u = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, a = \sqrt{\frac{4\,r}{\lambda}} \left(\cos\frac{\theta}{2} + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, b = \sqrt{\frac{4\,r}{\lambda}} \left(\cos\frac{\theta}{2} - \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

e quadrando

$$u^2 = \frac{4\,r}{\lambda}\left(1 + 2\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\right) = \frac{4\,r}{\lambda}\,(1 + \operatorname{sen}\theta)$$

$$v^2 = \frac{4\,r}{\lambda}\left(1 - 2\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\right) = \frac{4\,r}{\lambda}\,(1 - \operatorname{sen}\theta)$$

e como $|\,y\,| = -\,r \operatorname{sen}\theta$ virá finalmente

$$\operatorname{sen}\theta = -\frac{4\,|\,y\,|}{u^2\lambda + 4\,|\,y\,|}$$

Para um determinado y obtiveram-se os valores de x a partir dos correspondentes valores de u usando as expressões

$$\operatorname{sen}\theta = -\frac{4\,|\,y\,|}{u^2\lambda + 4\,|\,y\,|} \qquad r = -\frac{|\,y\,|}{\operatorname{sen}\theta} \qquad x = \pm\sqrt{r^2 - y^2}$$

Os valores de v foram obtidos a partir dos correspondentes valores de u usando a expressão

$$v^2 = \frac{4\,r}{\lambda}\,(1 - \operatorname{sen}\theta)$$

e as apresentadas anteriormente.

u	$\frac{1}{2} - B(u)\cos\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\,\text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2}$	$-\frac{1}{2} + B(u)\,\text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\cos\frac{\pi u^2}{2}$
0	0	0
0.10	0.09998	— 0.00055
0.20	0.19995	— 0.00411
0.30	0.29935	— 0.01416
0.40	0.39749	— 0.03337
0.50	0.49229	— 0.06476
0.60	0.58100	— 0.11050
0.70	0.65955	— 0.17205
0.80	0.72277	— 0.24921
0.90	0.76468	— 0.33967
1.00	0.79990	— 0.43830
1.05	0.77589	— 0.48816
1.10	0.76381	— 0.53658
1.15	0.74352	— 0.58222
1.20	0.71537	— 0.62343
1.25	0.68000	— 0.65864
1.30	0.63872	— 0.68630
1.35	0.59226	— 0.70502
1.40	0.54309	— 0.71351
1.45	0.49330	— 0.71106
1.50	0.44530	— 0.69749
1.55	0.40180	— 0.67328
1.60	0.36555	— 0.63899
1.65	0.33880	— 0.59699
1.70	0.32387	— 0.54934
1.75	0.32185	— 0.49932
1.80	0.33371	— 0.45083
1.85	0.35834	— 0.40761
1.90	0.39453	— 0.37331
1.95	0.43903	— 0.35105
2.00	0.48830	— 0.34340
2.05	0.53809	— 0.35136
2.10	0.58149	— 0.37423
2.15	0.61584	— 0.41020
2.20	0.63624	— 0.45563
2.25	0.64014	— 0.50541
2.30	0.62648	— 0.55326

u	$\frac{1}{2} - B(u)\cos\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\,\text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2}$	$-\frac{1}{2} + B(u\ \text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\cos\frac{\pi u^2}{2}$
2.35	0.59679	— 0.59319
2.40	0.55485	— 0.61970
2.45	0.50615	— 0.62898
2.50	0.45747	— 0.61920
2.55	0.41618	— 0.59164
2.60	0.38893	— 0.55008
2.65	0.38038	— 0.50099
2.70	0.39249	— 0.45282
2.75	0.42328	— 0.41393
2.80	0.46645	— 0.39189
2.85	0.51703	— 0.39004
2.90	0.56232	— 0.41011
2.95	0.59419	— 0.44804
3.00	0.60570	— 0.49630
3.05	0.59410	— 0.54453
3.10	0.56155	— 0.58189
3.15	0.51537	— 0.59967
3.20	0.46629	— 0.59335
3.25	0.42635	— 0.56425
3.30	0.40572	— 0.51936
3.35	0.41004	— 0.46997
3.40	0.43856	— 0.42961
3.45	0.48358	— 0.40935
3.50	0.53260	— 0.41522
3.55	0.55942	— 0.44578
3.60	0.58672	— 0.49724
3.65	0.57716	— 0.54046
3.70	0.54194	— 0.57503
3.75	0.49359	— 0.58453
3.80	0.44813	— 0.56558
3.85	0.42113	— 0.52445
3.90	0.42291	— 0.47516
3.95	0.45162	— 0.43564
4.00	0.49840	— 0.42050
4.05	0.54515	— 0.43570
4.10	0.57371	— 0.47570
4.15	0.57251	— 0.52565

APÊNDICE II (Cont.)

u	$\frac{1}{2} - B(u)\cos\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\,\text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2}$	$-\frac{1}{2} + B(u)\,\text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\cos\frac{\pi u^2}{2}$
4.20	0.54173	— 0.56318
4.25	0.49041	— 0.57462
4.30	0.44946	— 0.55407
4.35	0.42755	— 0.50918
4.40	0.43833	— 0.46224
4.45	0.47807	— 0.43226
4.50	0.52694	— 0.43426
4.55	0.56194	— 0.46752
4.60	0.56726	— 0.51628
4.65	0.53906	— 0.55622
4.70	0.49146	— 0.56716
4.75	0.44883	— 0.54326
4.80	0.43378	— 0.49857
4.85	0.45464	— 0.45260
4.90	0.50012	— 0.43509
4.95	0.54499	— 0.45412
5.00	0.56360	— 0.49920
5.05	0.54493	— 0.54417
5.10	0.49982	— 0.56241

u	$\frac{1}{2} - B(u)\cos\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\,\text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2}$	$-\frac{1}{2} + B(u)\,\text{sen}\,\frac{\pi u^2}{2} + A(u)\cos\frac{\pi u^2}{2}$
5.15	0.45532	— 0.54270
5.20	0.43888	— 0.49681
5.25	0.46103	— 0.45358
5.30	0.50775	— 0.44050
5.35	0.54892	— 0.46621
5.40	0.55719	— 0.51410
5.45	0.52682	— 0.55187
5.50	0.47841	— 0.55373
5.55	0.44558	— 0.51811
5.60	0.45173	— 0.47004
5.65	0.49262	— 0.44418
5.70	0.53845	— 0.45965
5.75	0.55557	— 0.50453
5.80	0.52983	— 0.54609
5.85	0.48185	— 0.55128
5.90	0.44864	— 0.51541
5.95	0.45660	— 0.46880
6.00	0.49950	— 0.44700

BIBLIOGRAFIA

1. Copson, E. T. — An integral-equation method of solving plane diffraction problems. Proc. Soc. A, 1946, 186, pág. 100.
2. Clemmow, P. C. — A method for the exact solution of a class of two-dimensional problems. Proc. Roy. Soc. A, 1951, 205, pág. 286.
3. Harden, B. N. — Diffraction of electromagnetic waves by a half-plane. Proc. of the I. E. E., 1952, 99, Part. III, pág 229.
4. El-Kharadly — An investigation of certain types of artificial dialectrics — Ph. D. Thesis, Univ. of London, 1953.
5. Row, R. V. — Microwave diffraction measuraments in a parallel plate region. J. Appl. Phys., 1953, 24, pág. 1448.
6. Adey, R. W. — Microwave diffraction by cylindrical obstacles. Ph. D. Thesis, Univ. of London 1954.
7. Southworth, G. C. — Principals and Applications of waveguide transmission. Van Nostrand, 1950, pág. 374.
8. Rankin, R. A. — The mathematical theory of the motion of rotating and unrotating rockets Phil. Trans. of the Roy. Soc., 1949, 241, pág. 457.
9. Milne-Thomson, L. M. and Comrie, L. J. — Standard four-figure mathematical tables. Macmillan and CO, Ltd. 1948.

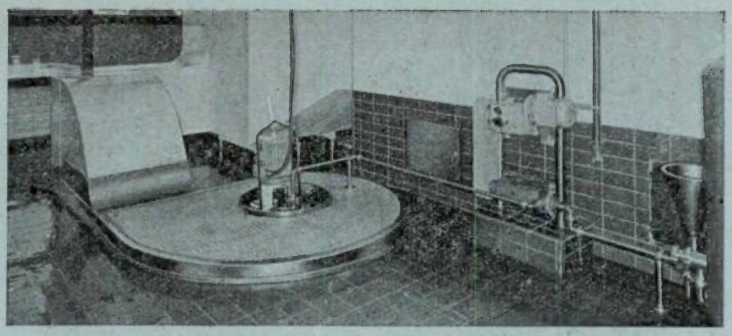
INSTALAÇÕES DE SECAGEM POR ATOMIZAÇÃO

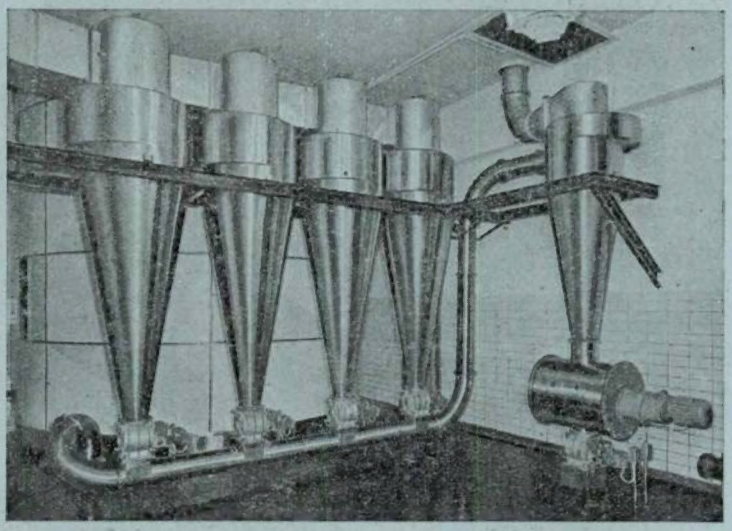
INSTALAÇÕES DE EVAPORAÇÃO PELO VÁCUO

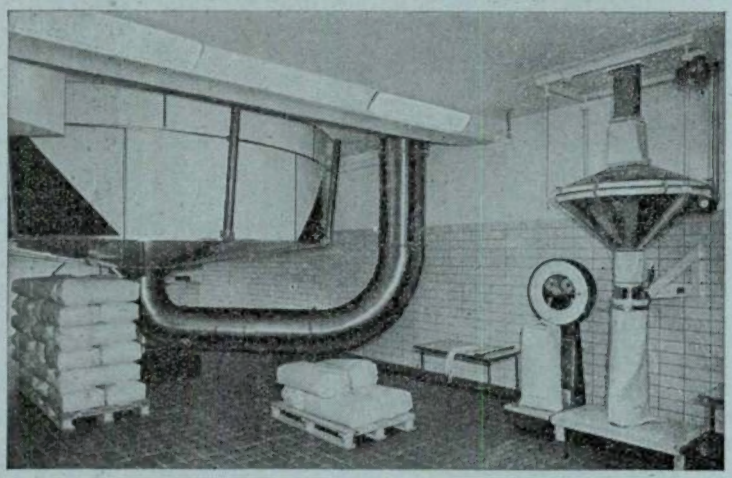
INSTALAÇÕES DE SECAGEM PNEUMÁTICA

para a secagem de:

leite e produtos lácteos — produtos alimentares, químicos e farmacêuticos — plásticos — sabão e detergentes — insecticidas — caolino — e grande número de outros produtos.







SECADOR POR ATOMIZAÇÃO ANHYDRO COM RECUPERADOR

(estudado para se adaptar a edifícios já existentes)

Concentrado	1.000 kg/h
Evaporação de água	500 kg/h
Consumo de vapor	700 kg/h

As instalações modernas com vantagens múltiplas

— utilizadas em todo o Mundo

ANHYDRO A/S — Norregade 36 — Copenhague — Dinamarca

Representante em Portugal:

MUNDINTER — Intercâmbio Mundial de Comércio, SARL

Av. António Augusto de Aguiar, 138 — LISBOA

Tel. 73 21 31/7 — Teleg. Intercâmbio

TRANSFORMADORES
ENAE
LICENÇA SIEMENS-SCHUCKERT
ATÉ
1600 kVA
35 kV
DA CONCEPÇÃO AO
ENSAIO
O RIGOR E O
CUIDADO QUE FAZEM
AS OBRAS PERFEITAS
EMPRESA NACIONAL DE APARELHAGEM ELÉCTRICA — AV. 24 DE JULHO, 158 — LISBOA

C. D. U. 622.675

A estação exterior do sistema principal de extracção das Minas da Panasqueira[1]

POR FERNANDO DE MELLO MENDES
Engenheiro de Minas I. S. T.

Em 1954, fomos encarregados de projectar a modificação desta estação, de modo a transformá-la numa instalação semiautomática. Neste artigo tornamos públicos os principais pormenores desse projecto, cuja eficiência já foi comprovada por mais de trinta e três mil horas de trabalho efectivo da estação, durante as quais foram descarregadas cerca de três milhões de toneladas de minério.

I — Posição do problema

Pela Galeria Geral do sistema principal de extracção das Minas da Panasqueira saíam diàriamente, em 1954, cerca de 2000 t de minério e 200 t de estéril.

Estes dois produtos eram transportados em vagões basculantes com capacidade de 850 kg, constituindo comboios, geralmente de 25 a 30 vagões, rebocados por locomotivas eléctricas de bateria.

Na estação exterior as locomotivas abandonavam os comboios carregados, manobravam e atrelavam a comboios vazios que levavam para o interior.

Dos comboios carregados, deixados na estação, separavam-se os vagões com estéril, que eram conduzidos para as entulheiras para aí serem basculados.

Os vagões com minério seguiam para a entrada da Instalação de Primeiro Tratamento, onde eram virados, sobre uma grade fixa com malha de 300 × 200 mm, para uma tremonha, enterrada, que alimentava aquela instalação.

Normalmente, as dimensões dos blocos de minério não eram superiores às dos vazios da malha da grade fixa. Quando tal acontecia, os blocos grandes eram partidos, à maça, sobre a grade.

Sobre esta, as caixas dos vagões eram também batidas, periòdicamente, com maços de madeira, para descolagem dos finos e lamas que tivessem agarrados.

A capacidade máxima da Instalação de Primeiro Tratamento do Minério já era, como hoje, de 125 t/h. Como a sua tremonha de alimentação tinha capacidade útil muito pequena (cerca de 20 t), para que a instalação trabalhasse, como se pretendia, aproveitando a capacidade máxima, era necessária uma organização muito cuidada da extracção para que nunca faltasse material rolante à descarga.

Mesmo assim, raramente se conseguia o ritmo constante de 125 t/h, totalizando-se para a extracção e, consequentemente, para a Instalação de Primeiro Tratamento, o número médio já indicado de 2000 t/24 h, quer dizer, dois terços do máximo teòricamente possível.

Para o trabalho na estação exterior da extracção, além duma locomotiva, permanentemente imobilizada no serviço de manobras, eram necessários, em média, 24 homens por dia, o que, só em salários e respectivos adicionais, representava cerca de $48 por tonelada de minério extraída.

Por outro lado, uma revisão dos problemas de extracção da mina tinha levado a encarar a possibilidade de melhorar o rendimento da rolagem principal, sendo aconselhável, no transporte do minério, a substituição dos vagões basculantes de 850 kg por vagões de caixa fixa

(1) O A. agradece à *Beralt Tin & Wolfram, Ltd.* e, muito especialmente, ao seu Director Sr. Geo. A. Smith a autorização para publicar este trabalho.

de 1450 kg (1). Para a utilização destes novos vagões era, contudo, necessária a montagem dum virador para a sua descarga.

Todos estes factos conduziram à elaboração do projecto de modificações na estação exterior da extracção, modificações estas destinadas a alcançar os seguintes objectivos:

a) possibilidade de utilização dos vagões de caixa fixa para a extracção do minério, mantendo-se os vagões basculantes para a extracção, separada, do estéril que seguiria, directamente, para as entulheiras;
b) redução da mão de obra utilizada na estação;
c) eliminação da necessidade de manter nesta uma locomotiva para manobras; e
d) aumento de capacidade da tremonha de alimentação da Instalação de Primeiro Tratamento do Minério.

II — Descrição geral da estação

Para atingir o último dos objectivos que acabamos de indicar tornou-se necessário aumentar, em altura, a tremonha de alimentação da Instalação de Primeiro Tratamento e colocar, assim, à cota elevada em relação às vias da Galeria Geral, o virador para descarga dos vagões de caixa fixa.

Este facto obrigou a prever a utilização dum elevador para vencer aquela diferença de níveis. Uma vez que este era necessário, pensou-se em aproveitar a sua acção motora para movimentar os vagões dentro da estação, evitando-se, por este meio, a utilização de locomotiva e de pessoal para manobras.

Também com o fim de reduzir o número do pessoal necessário, previu-se unificar os comandos do elevador e do virador de modo que pudessem ser accionados por um único operador e estabeleceu-se que, para os comboios, não haveria necessidade de desengatar os vagões nas operações de subida no elevador e de descarga no virador.

Assim, quando os comboios chegassem da mina, seriam os respectivos maquinistas que desengatariam as locomotivas dos comboios, indo em seguida engatar a comboios vazios que levariam para o interior. Nestas condições, o pessoal da estação ficaria reduzido ao operador do conjunto elevador-virador e a um ajudante que, simultâneamente, faria os necessários trabalhos de manutenção da instalação.

Na Fig. 1 apresentamos a actual planta geral

(1) Com esta substituição, na rolagem de vagões de minério baixar-se-ia a relação tara-carga útil de 0,43 para para 0,33.

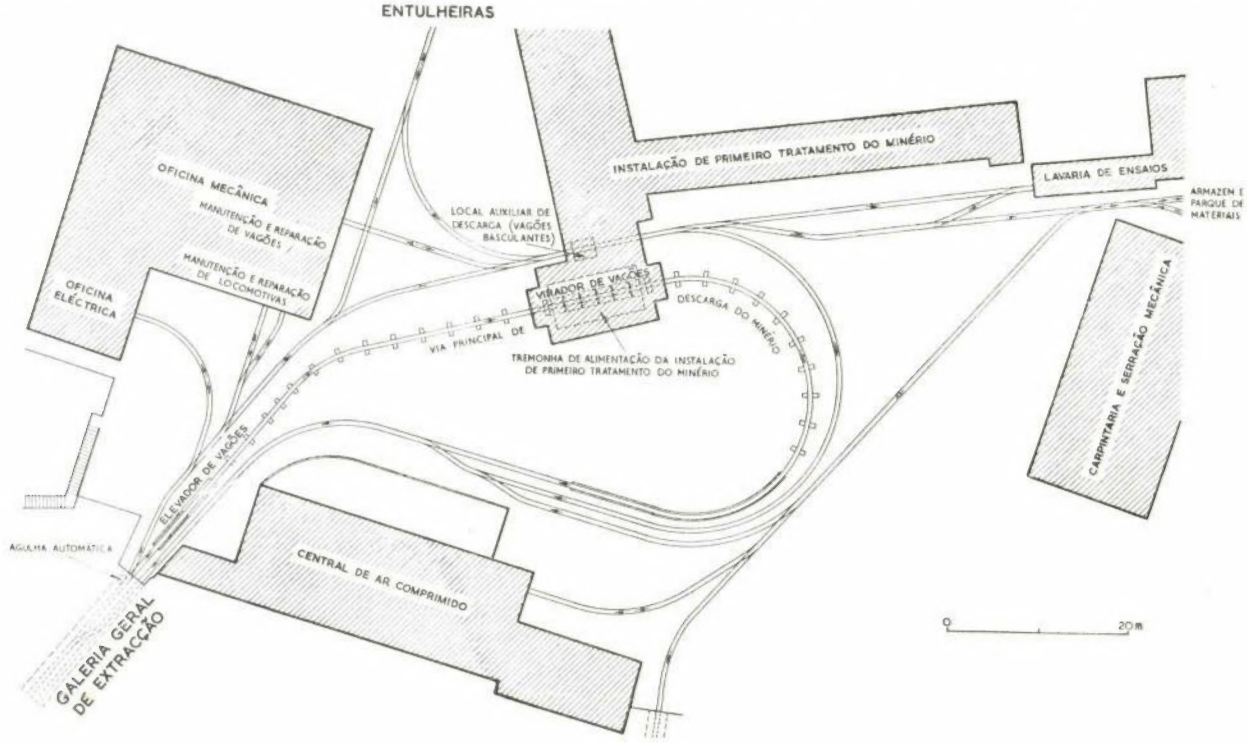


Fig. 1 — Planta geral da estação